

**Charakterisierung von
Rubidium-Atomen
in einer magneto-optischen Falle**

Diplomarbeit
von
Alf Zugenmaier

Arbeitsgruppe Prof. Dr. H. Helm
Fakultät für Physik
Universität Freiburg

August 1997

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	5
2.1	Prinzip der Laserkühlung	5
2.1.1	Spontane Lichtkraft	5
2.1.2	Kühlung durch Lichtkräfte	6
2.1.3	Magneto-optische Falle	9
2.1.4	Polarisationsgradienten Kühlung	12
2.1.5	Erweiterung auf 3 Dimensionen	18
2.2	Betrieb der Magneto-optischen Falle	21
2.2.1	Der Kühlzyklus	21
2.2.2	Das Laden der Falle	24
2.2.3	Verlustrate	26
2.3	Charakteristische Größen	27
2.3.1	Atomzahl in der Falle	27
2.3.2	Größe der Falle	27
2.3.3	Stoßprozesse	29
2.3.4	Temperatur der Falle	30
3	Experimenteller Aufbau	37
3.1	Vakuumapparatur	37
3.2	Lasersystem	38
3.3	Optischer Nachweis der Falle	39
4	Messungen	42
4.1	Anzahl Atome in der Falle	42
4.2	Aufnahme der Falle	43
4.3	Größe	44
4.4	Temperatur	47
5	Zusammenfassung	56
A	Abschalten des Magnetfeldes	57

B	Berechnung der Grenzgeschwindigkeit	58
C	Berechnung der Intensität und der Breite der Wolke während der Expansion	63
D	Kurzanleitung für das Meßprogramm	67
E	Häufig Benötigte Zahlen	70

Kapitel 1

Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit neutralen Atomen in einer magneto-optischen Falle. Im Gegensatz zur Paul-Falle, bei der geladene Ionen mit Radiofrequenzfeldern eingefangen werden, werden bei der magneto-optischen Falle die notwendigen Kräfte durch Laserlicht erzeugt. Die Atome werden in der Falle nicht nur eingefangen, sondern auch auf Temperaturen im μK Bereich gekühlt. An solchen gefangenen Atomen kann neuartige Spektroskopie betrieben werden.

Laser sind ausgezeichnete Lichtquellen und haben seit ihrer Entdeckung eine große Verbreitung in Forschung und Anwendung erfahren. Der extrem intensive und monochromatische Strahl einer solchen Lichtquelle eignet sich hervorragend für spektroskopische Untersuchungen wie auch für Streuexperimente mit Licht. Für spektroskopische Anwendungen sollte der Frequenzbereich der Strahlung, d.h. der Wellenlängenbereich möglichst schmal sein, und es ist von Vorteil, wenn die Frequenz durchstimmbar ist. Beides ist mit heute erhältlichen Lasern gewährleistet. Deshalb kann das Laserlicht als extrem empfindliche Sonde eingesetzt werden und selektiv diskrete Energieniveaus in Atomen und Molekülen anregen. Wegen der hohen Intensität können auch Mehr-Photonenprozesse mit kleinen Anregungsquerschnitten studiert werden.

Neben der Information aus der elektromagnetischen Strahlung kann bei in einer magneto-optischen Falle gefangenen Atomen zusätzliche Information aus dem Endzustand des untersuchten Objekts gewonnen werden. Entsteht zum Beispiel ein Ion, so kann bei diesem die aufgrund des Rückstoßimpulses aufgenommene Energie bei der Ionisation nachgewiesen werden. In Experimenten in der Arbeitsgruppe von Professor Helm soll die Winkelverteilung des Rückstoßimpulses bestimmt werden. Diese Energie, die auf das Ion übertragen wird, liegt im Bereich von μeV . Es muß daher gefordert werden, daß die anfängliche Energieverteilung der Atome in der Falle nicht breiter als die angegebene Größe sein darf. Deswegen ist es nötig Atome mit einer entsprechend schmalen Energiebreite zur Verfügung zu stellen. Dies geschieht entweder durch geskimmte Atomstrahlen oder in dem Experiment in dieser Arbeitsgruppe durch gekühlte Atome in einer Falle. Um Effekte, die durch die Ionisation hervorgerufen werden, von denen die von den

Ausgangsbedingungen wie Temperatur oder Dichte herrühren, zu unterscheiden, ist es notwendig, eben diese Bedingungen in der Falle zu kennen. In dieser Arbeit werden diese Parameter der Falle untersucht und ein Verfahren entwickelt, wie diese automatisiert bestimmt werden können. Es sollen deshalb Messungen an Rubidium Atomen in einer magneto-optischen Falle durchgeführt und deren Größe, Anzahl und Temperatur bestimmt werden. Durch diese Größen läßt sich die Falle charakterisieren.

Kapitel 2

Theorie

2.1 Prinzip der Laserkühlung

2.1.1 Spontane Lichtkraft

Das Prinzip der magneto-optischen Falle für neutrale Atome basiert auf spontanen Lichtkräften. Diese werden durch die Übertragung des Impulses $\hbar\mathbf{k}$ eines absorbierten Photons auf das Atom verursacht; \mathbf{k} ist der Wellenvektor des Photons. Das Atom kann aber nicht nur ständig Photonen absorbieren, es muß zwischen den einzelnen Absorptionsakten die Energie auch wieder abstrahlen. Geschieht die Abstrahlung durch spontane Emission, so ist die Abstrahlcharakteristik punktsymmetrisch zum Atommittelpunkt. Das heißt, im Mittel über viele Emissionen wird durch diesen Prozeß kein Impuls übertragen.

Die Kraft \mathbf{F} , die bei der Absorption auf das Atom mit Impuls \mathbf{p} wirkt, erhält man bei einer Absorptionsrate von n_0 Photonen in einer Zeiteinheit:

$$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}} = n_0 \hbar \mathbf{k} \quad (2.1)$$

Die Absorptionsrate n_0 läßt sich in Abhängigkeit von der Intensität I des Lichts und der Verstimmung gegenüber der Resonanzfrequenz des Atoms, δ_{eff} , durch Gl.(2.2) ausdrücken [SE95].

$$n_0 = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + \left(\frac{2\delta_{eff}}{\Gamma}\right)^2} \quad (2.2)$$

Γ : Halbwertsbreite des Übergangs; I_0 : Sättigungsintensität des Übergangs.

Die effektive Verstimmung δ_{eff} ist normalerweise wegen des Dopplereffekts oder des Einflusses von Magnetfeldern von der Verstimmung $\delta = \omega_L - \omega_A$ der Lichtfrequenz ω_L gegen die Frequenz ω_A des ruhenden ungestörten Atoms verschieden. Bei Berücksichtigung dieser Effekte gilt:

$$\delta_{eff} = \omega_L - \omega_A - \mathbf{k}\mathbf{v} + \Delta\omega_{Zeeman} \quad (2.3)$$

$k\mathbf{v}$: zusätzliche Verstimmung bei Bewegung des Atoms mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} relativ zum Laborkoordinatensystem; $\Delta\omega_{\text{Zeeman}}$: Verstimmung durch den Einfluß eines äußeren Magnetfeldes.

Im Folgenden wird die Wirkung der einzelnen Effekte für ein eindimensionales Modell genauer beschrieben.

2.1.2 Kühlung durch Lichtkräfte

Hänsch und Schawlow [HS75] schlugen vor, die Lichtkräfte für die Kühlung von Atomen auszunutzen. Diese Kühlung läßt sich folgendermaßen durchführen.

Für ein bewegtes Atom ist aufgrund des Dopplereffekts die effektive Verstimmung von der Geschwindigkeit abhängig. Aus Gl.(2.3) folgt für das eindimensionale Modell ohne Magnetfeld:

$$\delta_{eff} = \omega_L - \omega_A \pm kv = \delta \pm kv \quad (2.4)$$

Das Plus-Zeichen gilt hierbei für eine Bewegung auf die Lichtquelle (Laser) zu, das Minus-Zeichen für eine Bewegung von der Lichtquelle weg. Die Absorptionswahrscheinlichkeit und damit die Kraft nach Gl.(2.1) ist somit von der Geschwindigkeit abhängig. Denn aus Gl.(2.1) in Verbindung mit Gl.(2.2) und Gl.(2.4) folgt:

$$F = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + \left(\frac{2(\delta - kv)}{\Gamma}\right)^2} \quad (2.5)$$

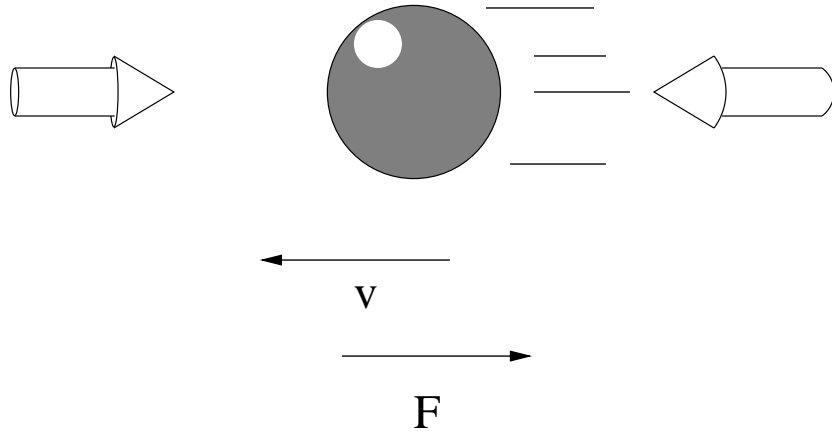


Abbildung 2.1: Funktionsweise der Dopplerkühlung

Zur Kühlung werden zwei bezüglich der atomaren Resonanz rotverstimmte Laserstrahlen ($\omega_L < \omega_A$) aus entgegengesetzten Richtungen auf das Atom einstrahlt (siehe Abb. 2.1). Bewegt sich das Atom auf die Lichtquelle zu, ist aufgrund des Doppler-Effekts die Laserfrequenz im Bezugssystem des Atoms höher, das heißt näher an der Resonanzfrequenz. Die Wahrscheinlichkeit für Absorption aus

dem Strahl, der entgegen der Bewegungsrichtung des Atoms eingestrahlt wird, ist grösser als für Absorption aus dem anderen Strahl. Die resultierende Kraft ist die Summe aus den von beiden Laserstrahlen verursachten Kräften, also¹

$$F = \frac{\Gamma}{2} \hbar k \left(\frac{I_L/I_0}{1 + \frac{2I_L}{I_0} + \left(\frac{2(\delta+kv)}{\Gamma}\right)^2} - \frac{I_R/I_0}{1 + \frac{2I_R}{I_0} + \left(\frac{2(\delta-kv)}{\Gamma}\right)^2} \right) \quad (2.6)$$

mit I_L und I_R den Intensitäten der beiden Laserstrahlen.

Hieraus folgt, daß die Bewegung des Atoms in beide Richtungen durch die wirkenden Kräfte gedämpft wird, das Atom wird abgekühlt.

Ist die Intensität I_L und I_R der beiden Laser gleich ($I = I_L = I_R$), dann folgt für kleine Geschwindigkeiten ($v \ll \frac{\Gamma}{k}$)

$$F = -\alpha v \quad (2.7)$$

mit einem Reibungskoeffizienten

$$\alpha = 8 \frac{\delta \hbar k^2 I / I_0}{\Gamma \left(1 + 2I / I_0 + \left(\frac{2\delta}{\Gamma} \right)^2 \right)^2} \quad (2.8)$$

Hiernach müßte es möglich sein, die Atome bis zum Stillstand abzubremesen. Bei der Herleitung der Gl.(2.7) wurde jedoch angenommen, daß die Kraft kontinuierlich wirkt. Bei kleinen Geschwindigkeiten des Atoms muß jedoch berücksichtigt werden, daß bei jeder Absorption und Emission der Impuls um einen diskreten Photonenrückstoßimpuls $\hbar k$ geändert wird. Die Atome durchlaufen viele Absorptions- und Emissionszyklen², so daß sie einen „random walk“ [Har95] im Impulsraum mit Schrittweite $\hbar k$ ausführen.

Wenn man von einer isotropen Verteilung der Emission ausgeht, entspricht diese Bewegung des Atoms einer Brownschen Bewegung im Impulsraum. Aufgrund der Isotropie ist der Erwartungswert des Impulses

$$\langle \mathbf{p} \rangle = 0 \quad (2.9)$$

die Varianz ist jedoch von Null verschieden, nämlich

$$\langle \mathbf{p}^2 \rangle = 2\hbar^2 k^2 n_0 t \quad (2.10)$$

¹Es wird angenommen, daß die beiden Laserstrahlen sich nicht gegenseitig beeinflussen (z.B. abwechselndes Einstrahlen der gegenläufigen Strahlen mit Intensität $2I_L$ bzw. $2I_R$, so daß die durchschnittliche Intensität in einem Strahl I_L bzw. I_R ist [Phi92]). Die Sättigung des Übergangs durch die beiden Strahlen wird für jeden Strahl einzeln betrachtet. Stimulierte Emission, also daß ein Photon aus dem einen Strahl absorbiert und dann wieder stimuliert in den anderen emittiert wird, wird ebenfalls außer acht gelassen.

²in diesem eindimensionalen Modell ist auch die Abstrahlung nur entlang der Laserstrahlachse zugelassen

mit n_0 aus 2.2. Der Faktor 2 kommt dadurch zustande, daß sowohl bei der Absorption als auch bei der Emission der Impuls $\hbar k$ übertragen wird.

Dieser Prozeß befindet sich im Gleichgewicht mit dem oben beschriebenen Kühlmechanismus. Um $\langle \mathbf{p}^2 \rangle$ im Gleichgewicht zu bestimmen, bildet man die zeitliche Ableitung

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{p}^2 \rangle = \hbar^2 k^2 n_0 \quad (2.11)$$

Außerdem gilt:

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{p}^2 \rangle = 2 \left\langle \mathbf{p} \frac{d}{dt} \mathbf{p} \right\rangle \quad (2.12)$$

Die zeitliche Ableitung des Impulses stellt die Kraft nach Gl.(2.7) dar. Somit ist die Rate, mit der die Dämpfung der Varianz des Impulses erfolgt

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \mathbf{p}^2 \rangle &= 2 \langle \mathbf{p} \mathbf{F} \rangle \\ &= -2\alpha \langle \mathbf{p} \mathbf{v} \rangle \end{aligned} \quad (2.13)$$

Im Gleichgewicht müssen sich die Raten aus Gl.(2.11) und Gl.(2.13) aufheben, damit ist:

$$\langle \mathbf{p} \mathbf{v} \rangle = \frac{\hbar k^2 n_0}{\alpha} \quad (2.14)$$

Andererseits gilt

$$\langle \mathbf{p} \mathbf{v} \rangle = 2 \langle E \rangle \quad (2.15)$$

$\langle \mathbf{p} \mathbf{v} \rangle$ stellt somit ein Maß für die mittlere kinetische Energie des Atoms dar, die bei großen Werten von α klein wird. Meist wird diese Energie als Temperaturäquivalent T angegeben, wobei die Umrechnung

$$\frac{3}{2} k_B T = \langle E \rangle \quad (2.16)$$

benutzt wird (k_B : Boltzmann-Konstante). Das Minimum der so definierten Temperatur, die mit dem vorgestellten Kühlmechanismus erreichbar ist [WI79]

$$T_{Doppler} = \frac{\hbar \Gamma}{2k_B} \quad (2.17)$$

die sogenannte Doppler-Temperatur. Sie wird für eine Verstimmung der Fallenlaser um $\delta = \Gamma/2$ erreicht. Die Intensität der Fallenlaser bestimmt nur die Zeitdauer, bis diese Temperatur erreicht wird. Die Dopplertemperatur beträgt für den in diesem Experiment verwendeten Übergang³ $T_{Doppler} = 144 \mu\text{K}$, was einer Geschwindigkeit von $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ entspricht⁴.

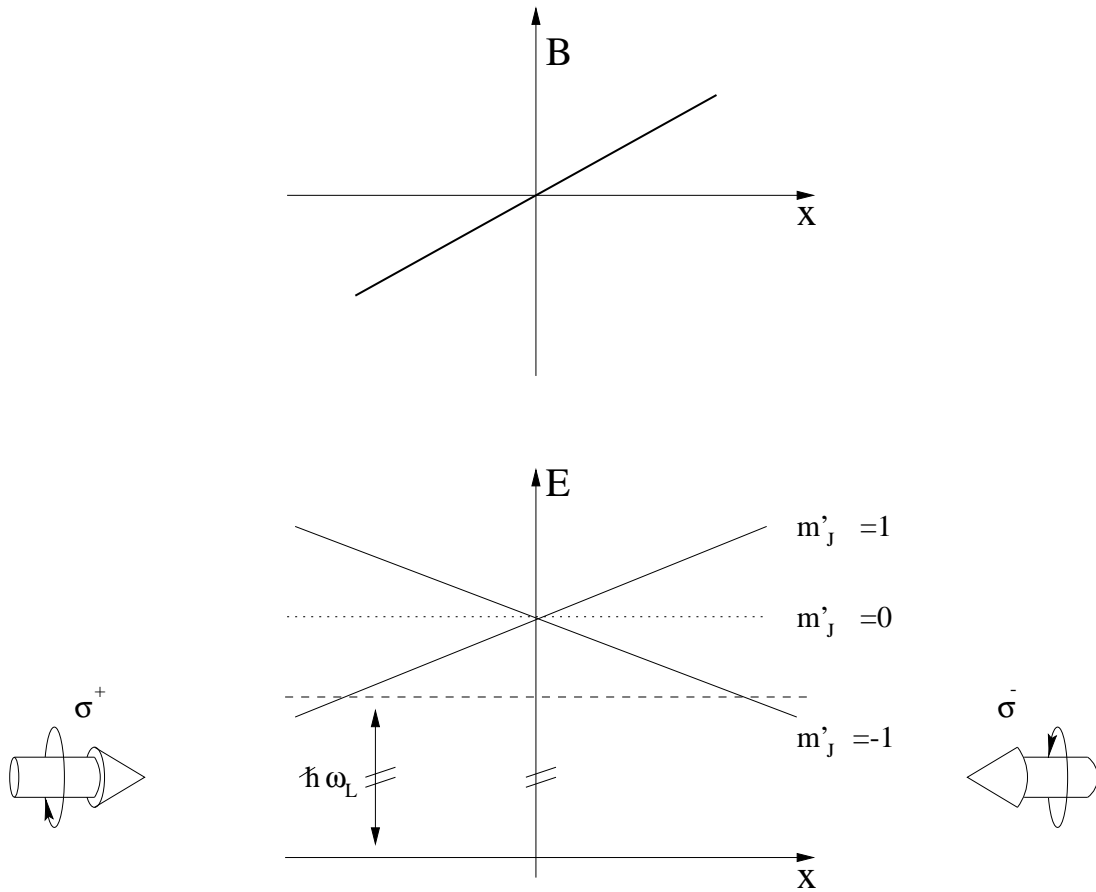


Abbildung 2.2: *Prinzipskizze der Zeeman-Falle*

2.1.3 Magneto-optische Falle

Das grundlegende Konzept für eine atomare Falle besteht in der Anwendung einer Kraft, die die Atome auf ein bestimmtes Volumen einschränkt. Da diese Kraft in dem hier betrachteten Fall auf der spontanen Lichtkraft beruht, wird eine ortsabhängige Absorptionswahrscheinlichkeit erzeugt. Durch ein inhomogenes Magnetfeld, das aufgrund des Zeeman Effekts eine Verschiebung der atomaren Energieniveaus bewirkt, wird die atomare Resonanzfrequenz und somit die effektive Verstimmung ortsabhängig. Der Doppler Effekt bleibt zunächst bei der Herleitung der ortsabhängigen Kraft unberücksichtigt.

$$\delta_{eff} = \omega_L - \omega_A + \Delta\omega_{Zeeman} \quad (2.18)$$

Die Energieniveaus werden bei Anlegen eines B-Feldes um ΔE verschoben.

$$\Delta E = \mu_B g_J m_J B \quad (2.19)$$

³ D_2 Linie des ^{87}Rb , $\Gamma = 2\pi \cdot 6\text{MHz}$

⁴Diese Geschwindigkeit ist, ebenso wie Gl.(2.16) im Gegensatz zu den anderen Betrachtungen in diesem Kapitel bereits für ein dreidimensionales Modell angegeben.

μ_B : Bohrsches Magneton; m_J : Projektion des magnetischen Moments auf die B-Feldrichtung (Magnetquantenzahl); g_J : Landè- oder g-Faktor.

$\Delta\omega_{Zeeman}$ berechnet sich aus:

$$\Delta\omega_{Zeeman} = \frac{1}{\hbar} (\Delta E_{Grundzustand} - \Delta E_{angeregterZustand}) \quad (2.20)$$

Als spezielles System betrachten wir den Übergang bei einem Atom vom Grundzustand mit Gesamtdrehimpuls $J = 0$ in einen angeregten Zustand mit Gesamtdrehimpuls $J' = 1$. Da bei diesem Atom der Grundzustand nicht vom B-Feld verschoben wird, gilt:

$$\Delta\omega_{Zeeman} = -\frac{1}{\hbar} \mu_B m'_J B \quad (2.21)$$

m'_J : Magnetquantenzahl des angeregten Atoms.

Aufgrund der Drehimpulserhaltung kann der Zustand mit $m_J = -1$ nur von σ^- zirkular polarisiertem Licht angeregt werden, der mit $m_J = +1$ nur von σ^+ Licht. Die durch Absorptionen aus meinem Strahl resultierende Kraft ergibt sich zu:

$$\mathbf{F} = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + \left(\frac{2(\delta - \mu_B m'_J B)}{\Gamma} \right)^2} \quad (2.22)$$

In der magneto-optischen Falle (siehe Abb. 2.2) wird von der einen Seite σ^- zirkular polarisiertes Licht der Intensität I_{σ^-} und von der anderen Seite σ^+ Licht mit Intensität I_{σ^+} eingestrahlt. Das Magnetfeld bewirkt, daß die Absorptionswahrscheinlichkeit für Photonen aus dem Lichtstrahl, der auf das Fallenzentrum zuläuft, größer ist als die für Photonen aus dem gegenläufigen Strahl.

Wird ein lineares Magnetfeld der Form

$$\mathbf{B} = B_x x \mathbf{e}_x \quad (2.23)$$

mit dem Einheitsvektor in x-Richtung \mathbf{e}_x angelegt, dann gilt für die im Mittel wirkende Kraft⁵

$$\begin{aligned} F &= F_{\sigma^-} + F_{\sigma^+} \\ &= \frac{\Gamma \hbar k}{2} \left(\frac{\frac{I_{\sigma^+}}{I_0}}{1 + \frac{2I_{\sigma^+}}{I_0} + \frac{4(\delta + g_J \mu_B B_x x / \hbar)^2}{\Gamma^2}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\frac{I_{\sigma^-}}{I_0}}{1 + \frac{2I_{\sigma^-}}{I_0} + \frac{4(\delta - g_J \mu_B B_x x / \hbar)^2}{\Gamma^2}} \right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

⁵siehe Anmerkung 1

Ist weiterhin $I_{\sigma+} = I_{\sigma-} = I$, so folgt in erster Näherung

$$F = -Dx \quad (2.25)$$

mit

$$D = 8 \frac{\delta k g_j \mu_B B_x I / I_0}{\Gamma \left(1 + 2I / I_0 + \left(\frac{2\delta}{\Gamma} \right)^2 \right)^2} \quad (2.26)$$

D entspricht einer Federkonstanten nach dem Hookschen Gesetz.

Bei Einsetzen der für dieses Experiment typischen Werte⁶ sind $\alpha = 4.4 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ und $D = 1.1 \cdot 10^{-18} \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$.

Berücksichtigt man noch die oben abgeleitete Dämpfung durch die Rotverstimmung, dann erhält man für die resultierende Gesamtkraft

$$F = -\alpha v - Dx \quad (2.27)$$

mit α aus Gl.(2.8) und D aus Gl.(2.26). Gl.(2.27) stellt die Bewegungsgleichung für einen gedämpften harmonischen Oszillator dar.

⁶ $\delta = 2\pi \cdot 13.5 \text{MHz}$, $\Gamma = 2\pi \cdot 6 \text{MHz}$, $g_j = 1/2$, $B_x = 0.1 \text{T/m}$, $I = 25 \text{mW/cm}^2$, $I_0 = 9.1 \text{mW/cm}^2$

2.1.4 Polarisationsgradienten Kühlung

Kurze Zeit nach der ersten Realisierung einer magneto-optischen Falle wurden niedrigere Temperaturen in der Falle nachgewiesen als theoretisch nach Gl. (2.16) erwartet wurden [LWW⁺88]. Das oben entwickelte Modell ist also unvollständig. Es existiert also ein weiterer Kühlmechanismus, der, wie man heute weiß, auf der Entartung des Grundzustandes beruht. Für den in dieser Arbeit verwendeten Aufbau ist das Polarisationsgradientenkühlen von Bedeutung, da es auf einem Kühlmechanismus beruht, der von zwei gegenläufigen, zirkular polarisierten Strahlen verursacht wird, wie von uns im Experiment benutzt.

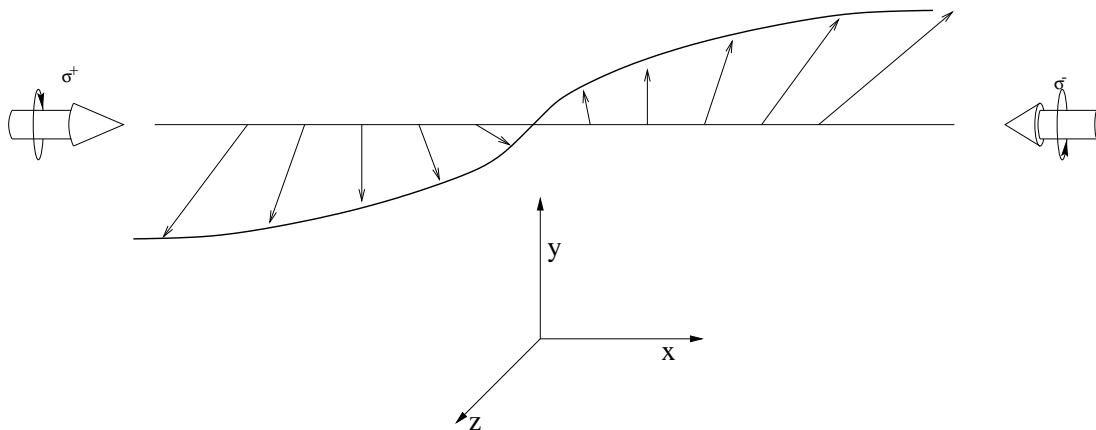


Abbildung 2.3: *Polarisation in der $\sigma^+ - \sigma^-$ Konfiguration*

Wenn zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte, gegenläufige Lichtwellen eine stehende Lichtwelle ausbilden, ist diese an jeder Stelle des Raums linear polarisiert. Die Polarisation zeigt jedoch an jeder Stelle im Raum in eine andere Richtung (siehe Abb. 2.3) und bildet eine Helix mit Ganghöhe λ , der Wellenlänge des verwendeten Lichts. Es entsteht ein Polarisationsgradient, der zum Kühlmechanismus beiträgt. Daher leitet sich der Name Polarisationsgradienten Kühlung ab.

Für den hier zu beschreibenden zusätzlichen Kühlmechanismus muß der Gesamtdrehimpuls des Grundzustandes des Atoms $J \geq 1$ sein. Am Beispiel eines Atoms im Grundzustand mit $J = 1$ soll dieser Mechanismus erklärt werden [DC89]. Dazu wird, wie in Abb. 2.4 gezeigt, ein Übergang von $J = 1$ nach $J' = 2$ verwendet. Der Grundzustand mit $J = 1$ hat ohne externe Felder drei entartete Unterniveaus mit Komponenten des Drehimpulses auf eine beliebige Achse, dargestellt durch die magnetische Quantenzahl, $m_J = -1, 0$ und 1 . Die Wechselwirkung mit dem Licht hebt aufgrund des AC-Stark Effekts die Entartung auf, wie in Abb. 2.5 dargestellt. Die Energieverschiebung ist für eine gegebene Feldstärke des elektrischen Feldes \mathbf{E}

$$\Delta E_{AC-Stark} = \frac{(\mathbf{E}\mathbf{d})^2}{4\delta} \quad (2.28)$$

\mathbf{d} : Erwartungswert des Dipolmoments. Da dieser sich wie ein Tensor erster Stufe verhält, folgt aufgrund des Wigner-Eckert Theorems eine Proportionalität zum Clebsch-Gordon Koeffizient des entsprechenden Übergangs. Somit ergibt sich für

$$\Delta E_{ACStark} = \mathcal{D} \frac{I \langle J' = 2, m'_j | 1, J = 1; 0, m_j \rangle^2}{4\delta} \quad (2.29)$$

mit dem Proportionalitätsfaktor \mathcal{D} , der auch reduziertes Matrixelement genannt wird. I : Intensität des gesamten Lichtfeldes.

Der Zustand $|g_0\rangle$ des Unterniveaus des Grundzustands mit $m_J = 0$ wird stärker verschoben als die Zustände $|g_1\rangle$ und $|g_{-1}\rangle$. Die Polarisationsrichtung des linear polarisierten Lichtes gibt die Richtung der Projektion des magnetischen Moments zur Bestimmung der m_J vor.

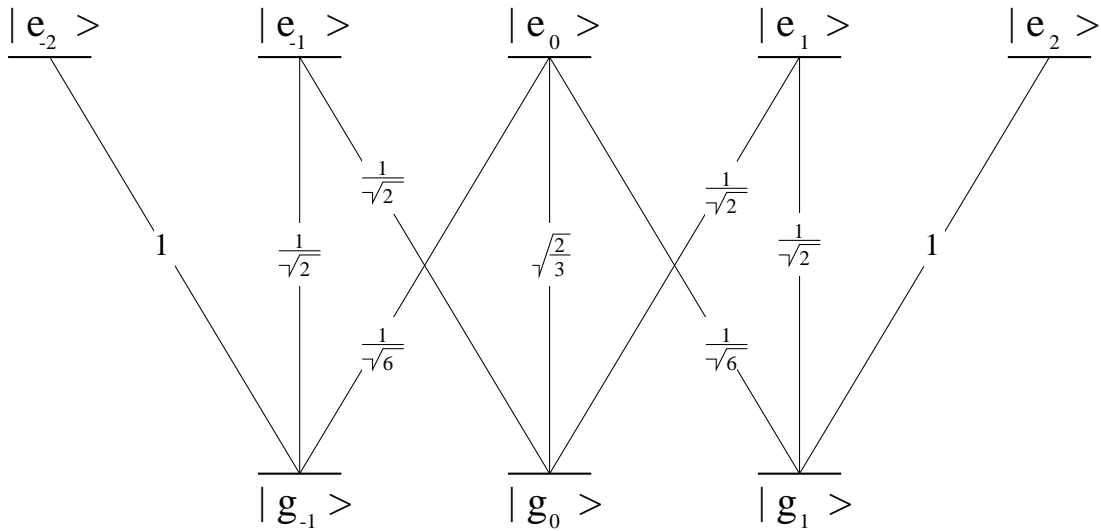


Abbildung 2.4: *Niveau Schema und Clebsch-Gordon-Koeffizienten des Übergangs $J = 1 \rightarrow J' = 2$*

Für ein ruhendes Atom bildet sich ein Gleichgewichtszustand aus, der aufgrund der unterschiedlichen Pumpraten zwischen den Unterniveaus des Grundzustands unterschiedliche Populationen in den Unterzuständen aufweist. Die Pumpraten lassen sich für Pumpen mit linear polarisiertem Licht aus den Quadraten der Clebsch-Gordon-Koeffizienten für die entsprechenden Übergänge

$$\begin{aligned} |g_{-1}\rangle \rightarrow |g_0\rangle & : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ |g_0\rangle \rightarrow |g_{-1}\rangle & : \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{9} \\ |g_1\rangle \rightarrow |g_0\rangle & : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ |g_0\rangle \rightarrow |g_1\rangle & : \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

und die daraus resultierenden stationären Besetzungsverhältnisse errechnen:

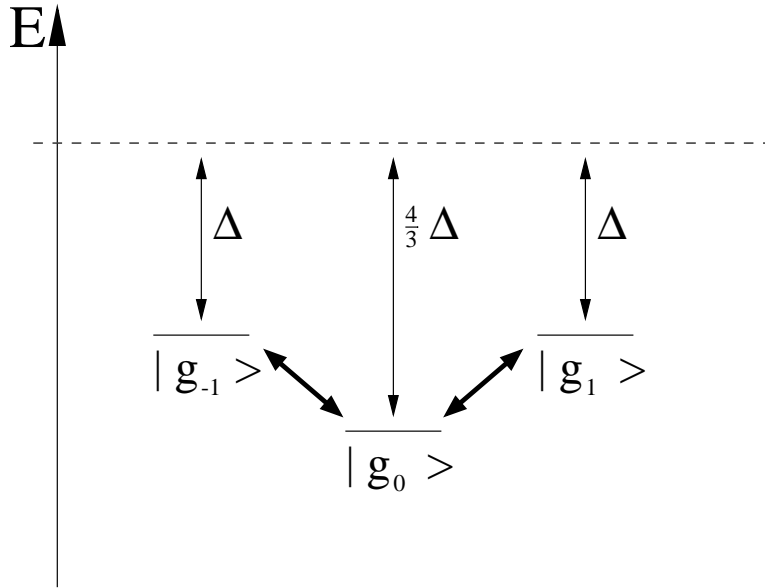


Abbildung 2.5: *Aufhebung der Entartung aufgrund der AC-Stark Verschiebung*

$$\begin{aligned}
 |g_{-1}\rangle &= \frac{4}{17} \\
 |g_0\rangle &= \frac{9}{17} \\
 |g_1\rangle &= \frac{4}{17}
 \end{aligned}$$

Wenn sich das Atom bewegt, ändert sich die Richtung der Polarisationsachse. Der Zustand bleibt aber erhalten, bis sich durch optische Übergänge ein neues Gleichgewicht eingestellt hat. Der Zustand $|g_0\rangle$ mischt mit den Zuständen $|g_{-1}\rangle$ und $|g_1\rangle$ (Doppelpfeil in Abb. 2.5). Dies führt zum einen dazu, daß die Gesamtenergie des Atoms höher ist als im Gleichgewichtszustand eines ruhenden Atoms. Es gibt also eine „reaktive“ Kraft, die sich aus dem Gradienten dieses Potentials ableiten läßt. Zum anderen bildet sich eine bewegungsinduzierte Orientierung aus. Es werden mehr Photonen aus dem der Bewegung entgegengerichteten Strahl absorbiert. Dies stellt eine dissipative Kraft dar.

Die Kräfte, die auf die Atome zusätzlich wirken und zur Polarisationsgradientenkühlung beitragen, sollen im Folgenden quantitativ dargestellt werden (nach [Coh92]):

Der Zustand eines Atoms kann durch eine Dichtematrix ρ dargestellt werden. Haben die angeregten Zustände eines Atoms kurze Lebensdauern, dann werden die Änderungen in ihrer Population nach einer kurzen Zeit von den Populationen in den Grundzuständen bestimmt. Dies gilt insbesondere bei sehr niedrigen

Geschwindigkeiten der Atome, bei denen der Dopplereffekt vernachlässigbar ist. Dieser soll bei der folgenden Betrachtung vernachlässigt werden. Es genügt nur die Zeeman Unterniveaus des Grundzustands des Atoms in der Dichtematrix zu berücksichtigen. Im Folgenden werden die einzelnen Zustände mit der Magnetquantenzahl in Richtung der x-Achse (also der Strahlrichtung) gekennzeichnet, z.B. bedeutet $|1\rangle$ den Zustand mit Magnetquantenzahl in x-Richtung $m_J = 1$.

- „Reaktive“ Kraft: Der effektive Hamiltonoperator der den AC-Stark Effekt darstellt, läßt sich wie folgt ausdrücken:

$$H_{eff}(x) = \hbar\delta' \left(\frac{1}{2} |0\rangle \langle 0| + \frac{7}{12} (|1\rangle \langle 1| + |-1\rangle \langle -1|) + \frac{1}{12} (|1\rangle \langle -1| e^{2ikx} + |-1\rangle \langle 1| e^{-2ikx}) \right) \quad (2.30)$$

δ' steht als Abkürzung für

$$\delta' = \delta \frac{\Omega_1^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.31)$$

mit der normierten Rabifrequenz

$$\Omega_1 = -\mathcal{D}E/\hbar \quad (2.32)$$

\mathcal{D} ist der Proportionalitätsfaktor aus Gl. (2.29). Eine Ortsabhängigkeit wird durch die Mischterme $|1\rangle \langle -1|$ und $|-1\rangle \langle 1|$ mit den zugehörigen Elementen $\rho_{-1,1}$ und $\rho_{1,-1}$ in der Dichtematrix eingeführt. Die zugehörige Kraft wird durch die Ableitung nach dem Ort des Hamiltonoperators erhalten. Dieser beschreibt die Energie des Systems. Den Erwartungswert der Observablen gewinnt man durch Anwendung des Operator auf die Dichtematrix und Bildung der Spur [Ish94]. Für den Erwartungswert der reaktiven Kraft folgt dann:

$$\begin{aligned} F_{react} &= -\text{Tr} \left(\rho \frac{\partial}{\partial x} H_{eff} \right) \\ &= -\frac{i}{6} \hbar k \delta' (\rho_{-1,1} e^{2ikx} - \rho_{1,-1} e^{-2ikx}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Zur Vereinfachung wird eingeführt:

$$\rho_{-1,1} e^{2ikx} = (\rho_{1,-1} e^{-2ikx})^* = C_r + iC_i \quad (2.34)$$

In dieser Notation ist

$$F_{react} = -\frac{1}{3} \hbar k \delta' C_i \quad (2.35)$$

Die Geschwindigkeitsabhängigkeit von C_i wird weiter unten behandelt.

- „Dissipative“ Kraft: Der Unterschied des Strahlungsdrucks der beiden Strahlen läßt sich durch die Differenz der Übergangsstärken für σ^- und σ^+ polarisiertes Licht von den einzelnen Zeeman Unterniveaus $|m\rangle$ angeben, wobei mit der jeweiligen Population Π_m gewichtet werden muß.

$$\begin{aligned}
F_{dissip} &= \hbar k \frac{\Gamma'}{2} \left(\left(1 - \frac{1}{6}\right) \Pi_1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) \Pi_0 \left(\frac{1}{6} - 1\right) \Pi_{-1} \right) \\
&= \frac{5}{12} \hbar k \Gamma' (\Pi_1 - \Pi_{-1})
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Γ' wurde in Analogie zu Gl. (2.31) eingeführt als:

$$\Gamma' = \Gamma \frac{\Omega_1^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \tag{2.37}$$

Im Gleichgewichtszustand sind für ein ruhendes Atom die Populationen Π_1 und Π_{-1} identisch. Durch die Bewegung wird jedoch ein Unterschied in der Bevölkerung induziert.

Wenn sich das Atom mit der Geschwindigkeit v bewegt, „sieht“ es in seinem Bezugssystem ein Lichtfeld mit sich drehender, linearer Polarisation mit der Frequenz kv . Daher bietet sich an, in ein sich drehendes Bezugssystem mit dieser Frequenz überzugehen. Die Transformation vom Laborsystem auf das sich drehende Bezugssystem wird durch eine unitäre Transformation T vermittelt [CDL77]:

$$T(t) = \exp(-ikvtJ_x/\hbar) \tag{2.38}$$

In diesem Bezugssystem hat die Polarisation eine feste Richtung. Die Dichtematrix läßt sich wie folgt darstellen:

$$\tilde{\rho} = T(t)\rho T^+(t) \tag{2.39}$$

Durch diese Transformation bleiben die Populationen Π_0 , Π_1 und Π_{-1} unverändert. Der Hamiltonoperator in der neuen Darstellung wird zu

$$\tilde{H} = T(t)HT^+(t) + i\hbar \left(\frac{dT(t)}{dt} \right) T^+(t) \tag{2.40}$$

Der erste Summand führt dazu, daß im Hamiltonoperator nur eine konstante Polarisation eingeführt wird. Für den zweiten gilt durch Einsetzen von Gl.(2.38):

$$\left(\frac{dT(t)}{dt} \right) T^+(t) = kvJ_x \tag{2.41}$$

Die Herleitung der Bewegungsgleichung für ρ findet sich in [Coh92]. Man erhält:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\rho}} &= -i\delta' [\Lambda(x=0), \tilde{\rho}] - \Gamma'/2 \{\Lambda(x=0), \tilde{\rho}\}_+ \\ &+ \Gamma' \sum_{q=-1,0,1} \left(\mathbf{e}_q^* \cdot \hat{\mathbf{d}}^- \right) \left(\mathbf{e}_z \cdot \hat{\mathbf{d}}^+ \right) \tilde{\rho} \left(\mathbf{e}_z^* \cdot \hat{\mathbf{d}}^- \right) \left(\mathbf{e}_q \cdot \hat{\mathbf{d}}^+ \right) \\ &- ikv [J_x/\hbar, \tilde{\rho}]\end{aligned}\quad (2.42)$$

$\Lambda(x=0)$: Folgt aus

$$\Lambda(x) = \frac{1}{\hbar\delta'} H_{eff}(x) \quad (2.43)$$

mit H_{eff} aus Gl.(2.30).

$\mathbf{e}_{x,y,z}$: Einheitsvektoren in kartesischen Koordinaten, wie auch in Abbildung 2.3 eingezeichnet.

$\mathbf{e}_{-1,0,1}$: Einheitsvektoren in sphärischen Koordinaten:

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_x \quad (2.44)$$

$$\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_y \pm i\mathbf{e}_z) \quad (2.45)$$

$\hat{\mathbf{d}}^\pm$: Einheits-Dipoloperator in der sphärischen Basis.

$$P_e \mathbf{d} P_g = \mathcal{D} \hat{\mathbf{d}}^+ = (P_e \mathbf{d} P_g)^+ \quad (2.46)$$

wobei P_e der Projektionsoperator in den Raum der angeregten Zustände, P_g in den der Grundzustände ist. \mathcal{D} ist aus Gl.(2.29) bekannt.

In einem intuitiven Bild beschreibt die erste Zeile in Gl.(2.42) den Effekt der Anregung (wie z.B. die Energieverschiebung durch den AC-Stark Effekt), die zweite Zeile den der spontanen Emission. Die dritte stellt den Übergang in das rotierende Koordinatensystem dar.

Aus Gl.(2.42) folgt ein System von Differentialgleichungen für $\Pi_{-1,0,1}$, C_r und C_i unter Heranziehung der Spur der Projektion von $\dot{\rho}$ auf den jeweiligen Unterraum. Die Matrixelemente lassen sich mit Hilfe der Clebsch-Gordon-Koeffizienten bestimmen (siehe Abbildung 2.4). Es ergibt sich:

$$\dot{\Pi}_1 = -\frac{5\Gamma'}{72}\Pi_1 + \frac{\Gamma'}{8}\Pi_0 + \frac{\Gamma'}{72}\Pi_{-1} - \frac{\Gamma'}{18}C_r - \frac{\delta'}{6}C_i \quad (2.47)$$

$$\dot{\Pi}_0 = \frac{\Gamma'}{18}\Pi_1 - \frac{\Gamma'}{4}\Pi_0 + \frac{\Gamma'}{18}\Pi_{-1} + \frac{\Gamma'}{9}C_r \quad (2.48)$$

$$\dot{\Pi}_{-1} = \frac{\Gamma'}{72}\Pi_1 + \frac{9\Gamma'}{72}\Pi_0 - \frac{5\Gamma'}{72}\Pi_{-1} - \frac{\Gamma'}{18}C_r + \frac{\delta'}{6}C_i \quad (2.49)$$

$$\dot{C}_r = \frac{\Gamma'}{24}\Pi_1 + \frac{\Gamma'}{8}\Pi_0 + \frac{\Gamma'}{24}\Pi_{-1} - \frac{5\Gamma'}{12}C_r + 2kvC_i \quad (2.50)$$

$$\dot{C}_i = \frac{\delta'}{12}\Pi_1 - \frac{\delta'}{12}\Pi_{-1} - 2kvC_r - \frac{5\Gamma'}{12}C_r \quad (2.51)$$

Bei Erreichung des stationären Zustands verschwinden die Ableitungen Gln. (2.47)-(2.51). Subtrahiert man Gl.(2.49) von Gl.(2.47), erhält man die Beziehung:

$$\Pi_1 - \Pi_{-1} = -4\frac{\delta'}{\Gamma'}C_i, \quad (2.52)$$

die in Gl.(2.36) eingesetzt und mit Gl.(2.35) verglichen, zu

$$F_{dissip} = 5F_{react} \quad (2.53)$$

führt. Die Gesamtkraft ist also:

$$F = 6F_{react} \quad (2.54)$$

Löst man das Gleichungssystem Gln. (2.47)-(2.51) im stationären Fall mit der zusätzlichen Bedingung

$$\Pi_1 + \Pi_0 + \Pi_{-1} = 1 \quad (2.55)$$

nach C_i auf und setzt dies in Gl.(2.35) und in Gl.(2.54) ein, ergibt sich in linearer Näherung in v die Gesamtkraft

$$F = \frac{120}{17}\hbar k^2 v \frac{\Gamma'\delta'}{5\Gamma' + 4\delta'} \quad (2.56)$$

Diese Näherung ist gültig für

$$kv \ll \Gamma' \quad (2.57)$$

Formuliert man die Kraft wieder als Reibungskraft $F = -\alpha v$, dann folgt für den Reibungskoeffizienten jetzt

$$\alpha = -\frac{120}{17}\hbar k^2 \frac{\Gamma\delta}{5\Gamma + 4\delta} \quad (2.58)$$

wobei die Definition von δ' und Γ' in Gl.(2.31) und Gl.(2.37) ausgenutzt wurde. α ist unabhängig von der Intensität, solange die Näherung Gl.(2.57) gültig ist. Bei sehr kleinen Intensitäten oder großen Geschwindigkeiten ist dies nicht der Fall.

2.1.5 Erweiterung auf 3 Dimensionen

Das soeben vorgestellte Prinzip der magneto-optischen Falle läßt sich problemlos auf drei Dimensionen erweitern. Wie aus Abb. 2.6 ersichtlich, werden entlang dreier orthogonaler Achsen jeweils zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte, gegenläufige Laser eingestrahlt. Diese sind gegenüber der atomaren Resonanz rotverstimmt, so daß eine Kühlung aufgrund des Dopplereffekts wie oben beschrieben jede Komponente der Geschwindigkeit dämpfen kann. Das inhomogene Magnetfeld wird von einem Paar Anti-Helmholtz Spulen erzeugt. Dies sind zwei kurze Spulen, die in einem definierten Abstand symmetrisch zum Fallenzentrum

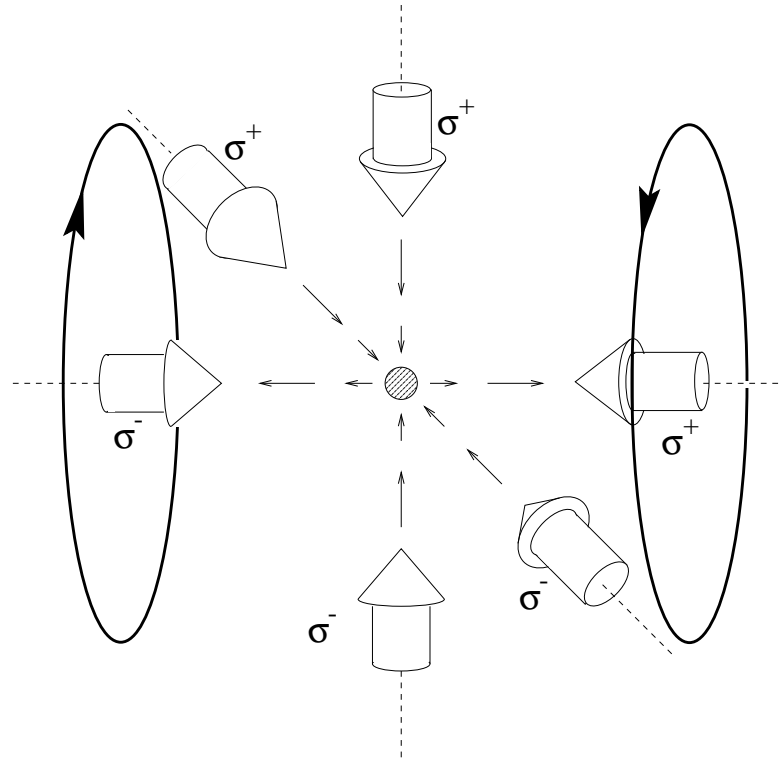


Abbildung 2.6: *Prinzipskizze der magneto-optischen Falle in 3 Dimensionen. Das Fallenvolumen (schraffiert) ist in einer UHV-Apparatur eingeschlossen.*

koaxial angeordnet sind. Im Gegensatz zu Helmholtzspulen werden sie jedoch in gegenläufigem Sinne vom Strom durchflossen. Dies erzeugt im Zentrum ein verschwindendes Magnetfeld. In allen Raumrichtungen besitzt diese Anordnung in erster Näherung einen konstanten Magnetfeldgradienten. Aufgrund der Zylindersymmetrie der Anordnung gilt:

$$\frac{\partial B_y}{\partial y} = \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (2.59)$$

Da das B-Feld divergenzfrei, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, folgt für die Magnetfeldgradienten:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial y} = \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (2.60)$$

$B_{x,y,z}$: Komponente des B-Feldes in x,y bzw z Richtung. Die Magnetfeldgradienten sind in Abhängigkeit von der Geometrie und dem Strom, der durch die Spulen fließt in [Spr96] berechnet:

$$B_x(x = 0) = 3\mu_0 N I_{Sp} R_{Sp}^2 \frac{a}{(R_{Sp}^2 + a^2)^{5/2}} \quad (2.61)$$

N : Anzahl der Windungen auf einer Spule; μ_0 : Induktionskonstante; I_{Sp} : Strom durch die Spulen; R_{Sp} : Radius der Spulen; a : Abstand der Spulen.

Es bildet sich ein magnetisches Quadrupolfeld aus, angedeutet durch die dünnen Pfeile in Abbildung 2.6. Es sorgt dafür, daß die ortsabhängigen Absorptionswahrscheinlichkeiten bei der gegebenen zirkularen Polarisation der Fall-laserstrahlen für die auf das Zentrum zulaufenden Strahlen größer sind als für die vom Zentrum wegführenden. Es entsteht eine Rückstellkraft, die zumindest entlang der Achsen die eines harmonischen Potentials ist. In [RPC+87] ist für beliebige Auslenkungen eine numerische Simulation durchgeführt worden.

2.2 Betrieb der Magneto-optischen Falle

Die magneto-optische Falle wird in der vorliegenden Arbeit mit ^{87}Rb betrieben. Im Folgenden soll der Kühlzyklus, das Laden der Falle und Verluste beim Betrieb beschrieben werden.

2.2.1 Der Kühlzyklus

Für die Kühlung des ^{87}Rb wird der Übergang vom Zustand $5^2\text{S}_{1/2}$ in den Zustand $5^2\text{P}_{3/2}$ verwendet. Da der Atomkern jedoch ein magnetisches Moment I besitzt, spaltet jedes dieser Niveaus noch einmal auf. Die „gute“ Quantenzahl ist also nicht J , sondern $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$. Die Vektorpfeile sollen darauf hinweisen, daß die Drehimpulse vektoriell addiert werden müssen. Die für den Zeeman-Effekt relevante Magnetquantenzahl ist m_F , die Projektion von F auf die Richtung des B-Feldes. Es wird angenommen, daß der Einfluß des äußeren Magnetfeldes klein ist gegen den des Kernmoments⁷. Die Termaufspaltung, die durch die verschiedenen Gesamtdrehimpulse F hervorgerufen wird, sind in Abbildung 2.7 dargestellt. Da die Energiedifferenzen wesentlich größer sind als die Linienbreiten der Übergänge und des verwendeten Lasers, muß darauf geachtet werden, daß sich die Atome in dem Zustand befinden, auf den das Licht abgestimmt ist. Deswegen ist es erforderlich, Laserlicht mit zwei verschiedenen Wellenlängen einzustrahlen: einen Fallenlaser, der die Lichtkräfte hervorruft, die für die Fallen- und Kühlwirkung verantwortlich sind, und einen sogenannten Rückpumpulaser, der dafür sorgt, daß die Atome sich nicht in einem ungewünschten Zustand ansammeln, in dem sie das Licht des Fallenlasers nicht mehr absorbieren können, also keine Kräfte mehr erfahren.

Die Energieverschiebungen der Zeeman-Unterniveaus läßt sich mit

$$\delta E = g_F m_F \mu_B B \quad (2.62)$$

bestimmen. g_F : g-Faktor. Dieser wird aus den Drehimpulsquantenzahlen I und J berechnet [Sva92]:

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)} \quad (2.63)$$

Für den Kühlzyklus benutzt man den Übergang vom Zustand $5\text{S}_{1/2}$ mit $F=2$ in den Zustand $5\text{P}_{3/2}$ mit $F'=3$. Der Fallenlaser ist gegen diesen Übergang leicht rotverstimmt.

Atome können auch aus diesem Zyklus „verloren“ gehen. Der Laser kann Atome in den Zustand $5\text{P}_{3/2}$ mit $F'=2$ anregen, da trotz der Verstimmung des Lasers

⁷Dies ist gerechtfertigt, da die hier vorkommenden Magnetfelder in der Größenordnung von typischerweise 0.1 mT eine Energieverschiebung von ca $\hbar \cdot 10\text{MHz}$ bewirken.

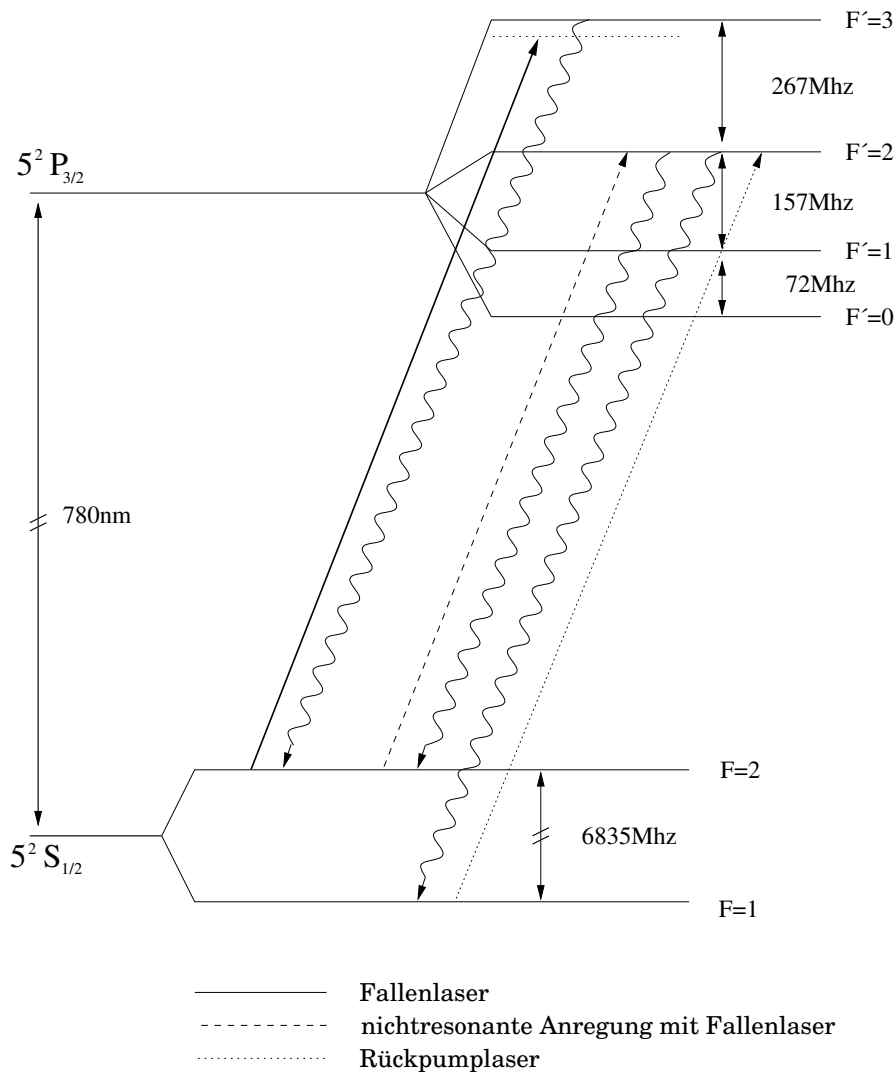


Abbildung 2.7: *Hyperfeinstrukturaufspaltung bei Rubidium*

gegenüber diesem Übergang von ca 250MHz noch eine merkliche Übergangswahrscheinlichkeit⁸ existiert. Von diesem Niveau aus können die Atome durch spontanen Zerfall in den $5S_{1/2}$ F=1 Zustand übergehen und nehmen nicht mehr am Kühlprozeß teil⁹. Um einer Entvölkerung des $5S_{1/2}$ F=2 Zustandes entgegenzuwirken, werden mit einem für den Übergang von $5S_{1/2}$ mit F=1 nach $5P_{3/2}$ mit F'=2 resonanten Laser die im Zustand $5S_{1/2}$ mit F=1 angesammelten Atome

⁸Bei einer Verstimmung $\Delta\nu = 13.5\text{MHz}$ des Fallenlasers gegenüber dem Übergang vom Zustand $5S_{1/2}$ mit F=2 in den Zustand $5P_{3/2}$ mit F'=3 ist das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten der Anregung in den Zustand mit F'=2 zu der Anregung in den Zustand mit F'=3 ungefähr $\frac{1}{300}$

⁹Die Wahrscheinlichkeit einer Anregung aus dem Zustand F=1 mit dem Fallenlaser ist gegenüber der aus dem Zustand mit F=2 um den Faktor $\frac{1}{2 \cdot 10^7}$ geringer

wieder in den Zustand $5S_{1/2}$ mit $F=2$ zurückgepumpt.

Die Pumpraten lassen sich wie folgt abschätzen:

Die Rate für nichtresonante Anregung in den $F'=2$ Zustand ist:

$$R = \frac{\frac{I_F}{I_0} \Gamma}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}} \frac{\Gamma}{2} \quad (2.64)$$

wobei I_0 die Sättigungsintensität und δ die Verstimmung des Fallenlasers gegenüber dem Übergang von $F=2$ nach $F'=2$ ist. Aus den Clebsch-Gordon-Koeffizienten, die man z.B. Referenz [Har95] entnehmen kann, ergeben sich gleiche Wahrscheinlichkeiten für den Zerfall in den $F=1$ und $F=2$ Zustand. Somit ist die Pumprate vom Grundzustand mit $F=2$ in den Grundzustand mit $F=1$:

$$R_{F=2 \rightarrow F=1} = \frac{\frac{I_F}{I_0} \Gamma}{2 \left(1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}\right)} \frac{\Gamma}{2} \quad (2.65)$$

Die Pumprate für resonantes Licht von $F=1$ nach $F'=2$

$$R = \frac{\Gamma I_R}{2 I_0} \quad (2.66)$$

Bei gleichen Wahrscheinlichkeiten für Zerfall in Zustände mit $F=1$ und $F=2$ ergibt sich die Pumprate:

$$R_{F=1 \rightarrow F=2} = \frac{\Gamma I_R}{4 I_0} \quad (2.67)$$

Das Verhältnis dieser beiden Raten ist:

$$\frac{R_{F=2 \rightarrow F=1}}{R_{F=1 \rightarrow F=2}} = \frac{I_F}{I_R} \frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}} \quad (2.68)$$

Aus diesem Verhältnis läßt sich der Anteil β der Atome im Zustand mit $F=2$, die also am Kühlzyklus teilnehmen, im stationären Fall bestimmen:

$$\beta = \left(1 + \frac{I_F}{I_R} \frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}}\right)^{-1} \quad (2.69)$$

Da die Atome im Zustand mit $F=1$ keine Kraft erfahren, muß man, um die effektiv wirkende Kraft zu erhalten, die Kraft nach Gl.(2.27) noch mit β multiplizieren. Dieser Faktor beschreibt nämlich das Verhältnis der Zeiten, in denen das Atom der Kraft ausgesetzt ist, zu denen, in denen das Atom keine Photonen aus dem Fallenlaser absorbieren kann, also keine Kraft erfährt.

2.2.2 Das Laden der Falle

Das von der magneto-optischen Falle erzeugte Potential ist nicht unendlich ausgedehnt, zudem hat es auch nur eine endliche Tiefe. Es können nur Atome in der Falle gehalten werden, die eine kleinere Energie als die Fallentiefe besitzen, dem Unterschied zwischen dem Minimum des Fallenpotentials und dem Minimum der Barriere um die Falle. Für diese Rechnung soll angenommen werden, daß es eine scharfe Energiegrenze gibt, oberhalb derer die Atome entkommen, und unterhalb derer die Atome gefangen bleiben. Diese Energie ist äquivalent zu einer Grenzggeschwindigkeit v_G der Rubidium Atome. Diejenigen, die schneller sind als die Grenzggeschwindigkeit, können nicht in der Falle gehalten werden. Prinzipiell gibt es zwei Möglichkeiten, derartig langsame Atome zur Verfügung zu stellen. Zum einen können Atome aus einem Atomstrahl abgebremst werden und dann in der Falle gefangen werden [WSW90]. Es ist aber auch möglich, die langsamen Atome, die es aufgrund der Maxwell-Boltzmann Verteilung auch bei Zimmertemperatur gibt, direkt aus dem Hintergrundgas in der Apparatur einzufangen [MSRW90]. Diese Methode ist in dem in dieser Arbeit durchgeführten Experiment realisiert.

Die Grenzggeschwindigkeit kann man folgendermaßen abschätzen [Elb94]: Der Fallenlaser muß in der Lage sein, das Atom innerhalb des Fallenvolumens zum Stillstand zu bringen. Als Strecke, auf der die Bremskräfte wirken, nimmt man den halben Fallendurchmesser d an. Das Fallenvolumen ist das Schnittvolumen der Fallenlaser (siehe Abb. 2.8).

Im einfachsten Modell ist die Kraft gleich der maximal wirkenden spontanen Lichtkraft $F = \frac{1}{2}\hbar k\Gamma$. Damit gilt für Beschleunigung a , die das Atom erfährt:

$$a = \frac{\hbar k\Gamma}{2M} \quad (2.70)$$

M : Masse des Rubidiums.

Wenn diese Kraft entlang der Strecke $\frac{d}{2}$ wirkt, kann ein Atom mit der Geschwindigkeit

$$v_G = \sqrt{ad} = \sqrt{\frac{\hbar k\Gamma d}{2M}} \quad (2.71)$$

gerade noch zum Stillstand gebracht werden. Einsetzen der Werte für das verwendete Rubidium¹⁰ ergibt eine Grenzggeschwindigkeit von $v_G = 33\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Eine realistischere Abschätzung ergibt sich, wenn man nicht die maximale Kraft ansetzt, sondern die Trajektorie des Teilchens mitberücksichtigt. Im eindimensionalen Fall (siehe Gl.(2.27)) ist

$$F = M\ddot{x} = -\alpha\dot{x} - Dx \quad (2.72)$$

Diese Kraft entspricht der eines gedämpften harmonischen Oszillators. Wenn man annimmt, daß diese Kraft nur im Schnittvolumen der Laserstrahlen wirkt, kann

¹⁰ $M = 1.45 \cdot 10^{-25} \text{kg}$, $\Gamma = 2\pi \cdot 6 \text{MHz}$, $k = 8.06 \cdot 10^6 \text{m}^{-1}$, $d = 1 \text{cm}$

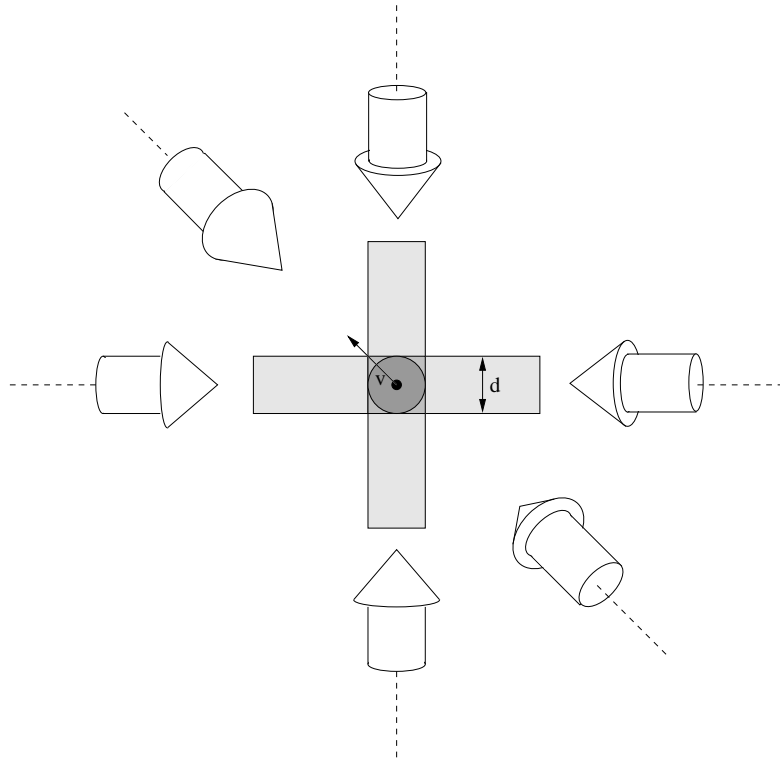


Abbildung 2.8: Ein Atom mit v größer als v_G verläßt das Fallenvolumen

man als maximale Geschwindigkeit diejenige angeben, die ein Atom im Ursprung haben muß, damit der Umkehrpunkt auf dem Rand des Fallenvolumens liegt.

Die Berechnung dieser maximalen Geschwindigkeit wurde mit MAPLE [Wat] vorgenommen und ist im Anhang dargestellt. Sie ist

$$v_G = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{D}{M}} \exp \left(\frac{\alpha \arctan \left(\frac{\sqrt{4DM - \alpha^2}}{\alpha} \right)}{\sqrt{4DM - \alpha^2}} \right) \quad (2.73)$$

Einsetzen typischer Fallenparameter¹¹ ergibt $v_G = 28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Der Anteil der Atome im Hintergrundgas, die langsamer sind als v_G und somit eingefangen werden, läßt sich folgendermaßen bestimmen:

Die Maxwellsche Dichte-Verteilung der Geschwindigkeit $\rho(v)$ gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Atom die Geschwindigkeit v besitzt [Gué88]:

$$\rho(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{Mv^2}{2k_B T} \right) \quad (2.74)$$

k_B : Boltzmann-Konstante; T : Temperatur des Hintergrundgases.

¹¹Fallenlaserintensität $I = 30 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$; Magnetfeldgradient $B_x = 0.1 \frac{\text{T}}{\text{m}} = 10 \frac{\text{Gauß}}{\text{cm}}$

Die Anzahl der Atome mit Geschwindigkeit kleiner als v_G , die in das Fallenvolumen pro Zeiteinheit eintritt (R_L), ergibt sich durch Integration des Teilchenflusses $j(v) = \rho(v)vn$ (n : Dichte der ^{87}Rb Atome im Hintergrundgas) über die Fallenoberfläche ∂V :

$$\begin{aligned}
R_L &= \int_{\partial V} \int_0^{v_G} j(v) dv dA \\
&= \int_{\partial V} \frac{1}{\sqrt{\pi}} n \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{3/2} v_G^4 dA \\
&= \sqrt[3]{36\pi}^{-\frac{1}{6}} n V^{2/3} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^{3/2} v_G^4 \quad (2.75)
\end{aligned}$$

wobei zunächst die Näherung $\frac{Mv_G^2}{2k_B T} \ll 1$ und dann die Isotropie der Geschwindigkeitsverteilung berücksichtigt wurde. Ferner wird angenommen, daß das Fallenvolumen kugelförmig ist, also die Oberfläche A durch $A = \sqrt[3]{36\pi V^2}$ [BS91] vom Volumen V abhängt. Damit ergibt sich eine Abhängigkeit der Laderate R_L von der vierten Potenz der Grenzggeschwindigkeit v_G^4 . In Abbildung B.1 ist v_G^4 als Funktion vom Magnetfeldgradienten B_x und der Fallenlaserintensität I aufgetragen.

2.2.3 Verlustrate

Es gibt mehrere Prozesse, die dazu führen, daß Atome aus der Falle entfernt werden. Entweder wird auf das Atom hierbei genügend kinetische Energie übertragen, um das Fallenvolumen zu verlassen, oder es wird in einen Zustand gebracht, in dem es die Fallenkräfte nicht mehr spürt. Dies kann beispielsweise durch Multiphotonenionisation mit dem Fallenlaser geschehen. Bei dem hier durchgeführten Experiment sind die Laserintensitäten so gering, daß dieser Prozeß vernachlässigt werden kann.

Ein Atom kann durch Stoßprozesse kinetische Energie übertragen bekommen. Stöße der Atome in der Falle mit energiereichen Atomen im Hintergrundgas, das Raumtemperatur hat, führen dazu, daß beide Stoßpartner das Fallenvolumen verlassen. Die Rate R_V dieses Vorgangs ist proportional zur Teilchenzahl N in der Falle. Der Proportionalitätsfaktor ist durch die Wahrscheinlichkeit gegeben, daß ein Teilchen in einer Zeiteinheit gestoßen wird. Diese entspricht dem Teilchenfluß durch den Wirkungsquerschnitt σ , der hier geschwindigkeitsunabhängig angenommen werden soll. In einer Rechnung analog zu Gl.(2.75) erhält man [Elb94]:

$$R_V = N \int_0^\infty \rho(v)n'v\sigma dv = N \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} n' \sigma \quad (2.76)$$

n' : Dichte des Hintergrundgases.

Man kann diese Abhängigkeit auch folgendermaßen formulieren:

$$R_V = \frac{1}{\tau} N \quad (2.77)$$

mit

$$\tau = \left(\sqrt{\frac{8k_B T}{\pi M}} n' \sigma \right)^{-1} \quad (2.78)$$

der mittleren Aufenthaltsdauer eines Atoms in der Falle.

2.3 Charakteristische Größen

2.3.1 Atomzahl in der Falle

Die zeitliche Änderung der Teilchenzahl $\frac{dN}{dt}$ in der Falle ohne Wechselwirkungen zwischen den gefangenen Atomen ist gegeben durch die Füllrate R_L (Gl.(2.75)) abzüglich der Verlustrate R_V (Gl.(2.76)):

$$\frac{dN}{dt} = R_L - R_V(N) \quad (2.79)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist unter Verwendung von Gl.(2.77):

$$N(t) = (N(0) - R_L \tau) e^{-t/\tau} + R_L \tau \quad (2.80)$$

Die stationäre Lösung für große Zeiten $t \rightarrow \infty$ ergibt sich zu $N(\infty) = R_L \tau$. Ist der Hintergrundgasdruck proportional dem Partialdruck des ^{87}Rb , also $\frac{p}{p'} = \zeta$, dann gilt:

$$N(\infty) = \zeta \frac{\sqrt[3]{36\pi}}{4} \left(\frac{M}{2k_B T} \right)^2 v_G^4 V^{2/3} \quad (2.81)$$

Die Anzahl der Atome ist vom Dampfdruck unabhängig. Dies gilt nur, solange der Druck im Rezipienten im wesentlichen vom Dampfdruck des Rubidiums abhängt. Dann ist ζ gerade der Anteil von ^{87}Rb Atomen in dem verwendeten natürlichen Isotopengemisch.

2.3.2 Größe der Falle

Die Größe der Falle wird durch deren physikalische Ausdehnung beschrieben, d.h. durch die mittlere Entfernung der Atome vom Fallenzentrum

(i) Nicht wechselwirkende Atome

Für den Fall nicht wechselwirkender Atome in der Falle, was für sehr geringe Atomdichten in der Falle annähernd gilt, erhält man den mittleren Abstand vom Fallenzentrum aus dem Virialsatz. Dieser besagt [HR93]

$$2\bar{T}_E = \overline{\mathbf{r} \cdot \nabla U} \quad (2.82)$$

\bar{T}_E : zeitliches Mittel der kinetischen Energie; U : Potential, hier $\frac{1}{2}Dr^2$ (siehe Gl.(2.27)); $\overline{\quad}$: bildet den zeitlichen Mittelwert. Für den harmonischen Oszillator gilt:

$$\bar{U} = \frac{1}{2}E \quad (2.83)$$

E : Gesamtenergie des Systems. Dies entspricht dem Gleichverteilungssatz in der Thermodynamik [Gué88].

Bei Annahme eines harmonischen Fallenpotentials und der Erhaltung der Gesamtenergie, also sich ein Gleichgewicht nach Gln. (2.14) und (2.15) eingestellt hat, d.h. der Gültigkeit des Virialsatzes für diesen Fall, ferner der Annahme daß es sich um ein ergodisches System handelt, der zeitliche Mittelwert also dem Ensemble Mittelwert entspricht, folgt aus Gl.(2.83)

$$\overline{\frac{1}{2}Dr^2} = \frac{1}{2}E \quad (2.84)$$

und für den Mittelwert der Entfernung $\overline{|r_{Wolke}|}$ vom Fallenzentrum unter Verwendung von Gln.(2.84) und (2.16):

$$\bar{r}_{Wolke} = \sqrt{\frac{E}{D}} = \sqrt{\frac{3}{2D}k_B T} \quad (2.85)$$

T : Temperaturäquivalent der Energie der Atome in der Falle

(ii) Wechselwirkungen

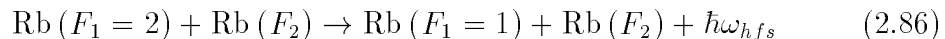
Die Annahme nicht wechselwirkender Atome ist nur für geringe Dichten der eingefangenen Atomen in der Falle gerechtfertigt. Für größere Dichten treten Effekte wie Stöße der Atome untereinander oder Strahlungseinschluß hinzu. Letzterer Prozeß führt zu einer langreichweitigen Kraft ($\propto r^{-2}$)[WSW90]. Photonen, die von einem Atom emittiert werden, können von anderen Atomen in der Wolke wieder absorbiert werden. Da die Impulsänderung des emittierenden Atoms $-\hbar\mathbf{k}$ und die des absorbierenden Atoms $\hbar\mathbf{k}$ ist, entspricht dies einer abstoßenden Kraft. Dies führt zu einem Strahlungsdruck, der beispielweise auch die Sterne am kollabieren hindert. Dieser wird in der magneto-optischen Falle bereits bei wesentlich geringeren Lichtintensitäten relevant, denn aufgrund der geringen Geschwindigkeiten der Atome kann die Dopplerverbreiterung der Linien vernachlässigt werden. Die Wahrscheinlichkeit für die Reabsorbtion eines Photons ist also wesentlich höher.

2.3.3 Stoßprozesse

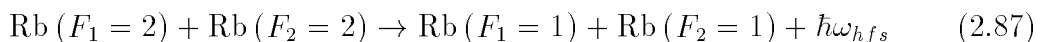
Stöße kalter Atome, d.h. bei niedrigen Temperaturen, unterscheiden sich von Stößen bei hohen Temperaturen dadurch, daß die Dauer eines Stoßes sehr lang sein kann. Dies führt dazu, daß die langreichweitigen Wechselwirkungen zwischen den Atomen die Bahn der Stoßpartner wesentlich beeinflussen. Zudem kann im Laufe eines Stoßes ein Atom mehrmals angeregt werden und wieder die Photonen emittieren. Der Stoß wird also möglicherweise von mehreren Potentialflächen unterschiedlicher Dissoziationsgrenzwerte bestimmt [WF94]. Während des Stoßes ist die Summe der potentiellen und kinetischen Energie der Stoßpartner nicht erhalten, da aufgrund der Absorptionen und Emissionen eine Wechselwirkung mit der Umgebung stattfindet. Wird während einer solchen Kollision genügend Energie frei, dann können die Stoßpartner die Falle verlassen und erscheinen als Verlust, der quadratisch von der Dichte der Falle abhängt. Diese Prozesse werden im Folgenden beschrieben.

(i) Stöße zwischen Atomen im Grundzustand

Elastische Stöße zwischen Atomen im Grundzustand führen dazu, daß sich die Geschwindigkeitsverteilung thermalisiert, das heißt, daß sie aus einer Anfangsverteilung in eine Maxwell-Boltzmann Verteilung überführt wird [WF94]. Inelastische Kollisionen zwischen Atomen im Grundzustand können aber auch dazu führen, daß einer oder beide Stoßpartner genügend Energie erhalten, um aus dem Fallenpotential zu entkommen. Dies ist möglich, wenn bei einem Stoß eine Änderung des Hyperfeinstrukturzustandes erfolgt, also einer oder beide Stoßpartner vom Zustand mit Gesamtdrehimpulsquantenzahl $F_i = 2$ in den mit $F_i = 1$ ($i = 1, 2$) übergehen:



bzw.



Der Energiebetrag $\hbar\omega_{hfs}$ aus der Hyperfeinstrukturaufspaltung wird in Form von kinetischer Energie auf die Stoßpartner verteilt.

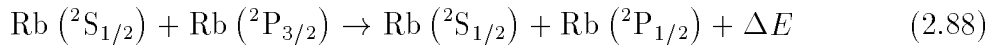
Ist die Energie größer als die Tiefe des Fallenpotentials, verlassen die Atome das Fallenvolumen. Die Stöße, die die Hyperfeinstrukturquantenzahl ändern, können so zu einem Verlustprozeß führen. Aus den Verlustraten lassen sich die Wirkungsquerschnitte für diesen Prozeß bestimmen [WDT⁺92].

(ii) Stöße mit einem Atom im angeregten Zustand

Im Laufe eines Stoßprozesses kann ein Atom mehrmals zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand wechseln. Durch den Einfluß des Stoßpartners wird das

Atom bei einem gewissen Abstand vom Strahlungsfeld entkoppelt [WF94]. Wenn sich eines der Atome im angeregten Zustand befindet, kann es durch spontane Emission in den Grundzustand übergehen. Da sich aber wegen der Störung durch den zweiten Stoßpartner die Energieniveaus im Atom verschieben, kann das hierbei emittierte Photon eine andere Energie besitzen als das absorbierte. Die Energiedifferenz wird in kinetische Energie umgewandelt. Dieser Vorgang kann auch anders beschrieben werden, nämlich durch resonante Dipol-Dipol Wechselwirkung zwischen einem Atom im P-Zustand und einem im S-Zustand. Befindet sich das System auf dieser Potentialfläche, wird das Atom wesentlich stärker beschleunigt als wenn sich beide Atome im Grundzustand befinden geschieht. So erhält ein Atom, das beim Eintritt in die Wechselwirkungszone angeregt ist und in ihr abstrahlt, einen zusätzlichen Impuls.

Ein weiterer Mechanismus des Energietransfers stellt eine feinstrukturändernde Kollision dar, in Analogie zu der oben beschriebenen hyperfeinstrukturändernden:

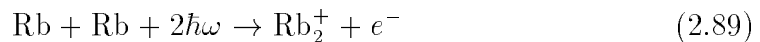


Dieser Prozeß liefert genug Energie ΔE , um die beteiligten Stoßpartner aus der Falle zu katapultieren. Messungen hierzu wurden ebenfalls in [WDT⁺92] veröffentlicht.

(iii) Stöße zwischen Atomen im angeregten Zustand

Stöße zwischen angeregten Atomen sind sehr selten, da das System ein zweites Photon während der Lebensdauer eines angeregten Zustandes absorbieren muß. Zudem sind die langreichweitigen Kräfte relativ schwach, sie hängen vom Abstand R der Atome mit R^{-6} ab [WF94].

Da die photoassoziative Ionisation, d.h.



energetisch nicht erlaubt ist, werden bei Rubidium keine anderen Energietransferprozesse erwartet als bei Stößen mit nur einem Atom im angeregten Zustand.

2.3.4 Temperatur der Falle

Die Atome in der Falle tauschen untereinander durch Stöße und Strahlung Energie aus. Ferner befinden sie sich in einem Photonenbad. Deshalb ist nicht klar, ob das Ensemble von Atomen einer Maxwell-Boltzmann Verteilung gehorcht. Es hat sich jedoch eingebürgert, das Temperaturäquivalent nach Gl.(2.16), das der mittleren Energie der Atome in der Falle entspricht, als Temperatur in der Falle zu bezeichnen.

Die Energieverteilung eines einzelnen Atoms im Photonenbad ließe sich bestimmen, wenn man die stochastische Differentialgleichung, die zu diesem Poissonprozess gehört, für den stationären Fall löst. Das Modell geht von einem Atom aus, das sich in einer Dimension im Impulsraum bewegt. Es kann seinen Impuls in jedem Schritt um $2\hbar k$ ändern. Der Impuls p des Teilchens kann also durch die natürliche Zahl n parametrisiert werden, $p(n) = 2n\hbar k$. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Atom zum Zeitpunkt t den Impuls $p(n)$ besitzt, ist $\rho_n(t)$.

Die Master-Gleichung zu diesem Prozeß ist [vK92]:

$$\dot{\rho}_n(t) = r_{n+1}\rho_n(t) + g_{n-1}\rho_{n-1}(t) - (r_n + g_n)\rho_n(t) \quad (2.90)$$

r_n : die Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit vom Impuls $2n\hbar k$ zum Impuls $2(n-1)\hbar k$ überzugehen; g_n : die Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit vom Impuls $2n\hbar k$ zum Impuls $2(n+1)\hbar k$ überzugehen.

Die Übergangswahrscheinlichkeiten

$$r_n = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + \left(\frac{2(\delta + 2n\hbar k\omega/M)}{\Gamma}\right)^2} \quad (2.91)$$

sind entsprechend der Absorption aus dem einen Strahl (siehe Gl.(2.5)) und analog dazu:

$$g_n = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + \left(\frac{2(\delta - 2n\hbar k\omega/M)}{\Gamma}\right)^2} \quad (2.92)$$

Linearisierung der Gl.(2.90) in n führt dazu, daß künstliche Randbedingungen eingeführt werden müssen, um zu verhindern, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten negativ werden. Die stationäre Lösung der linearisierten Gleichung hängt jedoch stark von eben diesen Randbedingungen ab. Die Differentialgleichung (2.90) wurde im Rahmen dieser Diplomarbeit nicht weiter behandelt.

Meßmethoden

Die Temperaturmessung beruht auf der mittleren Geschwindigkeit der Atome in der Falle. Diese wird über die ungestörte Ausdehnung der Atomwolke in der Falle nach einer gewissen Zeit nach Abschalten des Fallenpotentials bestimmt und im Folgenden beschrieben.

Die Information über die Bewegung der Atome erhält man aus der Dichteverteilung $\rho(\mathbf{x}, t)$ während der freien Expansion.

Man geht von einer Maxwell-Boltzmann Verteilung in Ort \mathbf{x} und Impuls \mathbf{p} für die Atome in der Falle im Gleichgewichtszustand aus, die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen mit Impuls \mathbf{p} am Ort \mathbf{x} zu finden ist¹²:

¹²eigentlich hängt die Dichte von N Orts- und Impulskoordinaten ab. Da die einzelnen Atome als unabhängig voneinander angenommen werden, führt diese vereinfachte Rechnung zum gleichen Ergebnis

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{N}{\mathcal{Z} h^3} \exp\left(-\frac{1}{k_B T} H(\mathbf{x}, \mathbf{p})\right) \quad (2.93)$$

Dies ist die kanonischen Verteilung [HR93] mit der Hamiltonfunktion H für einen harmonischen Oszillator

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2M} \mathbf{p}^2 + \frac{1}{2} D \mathbf{x}^2 \quad (2.94)$$

N : Anzahl der Atome in der Falle; \mathcal{Z} : Zustandssumme; M : Masse eines Atoms; \mathbf{p} : Impuls des Atoms; \mathbf{x} : Ort des Atoms, Ursprung im Fallenzentrum

Die Zustandssumme ist die Spur des Operators $\exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right)$ [LL66], in diesem Fall also das Zustandsintegral¹³

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \frac{1}{h^3} \int \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) dx dq \\ &= 8 \frac{T^3 k_B^3 \pi^3 M^{3/2}}{h^3 D^{3/2}} \end{aligned} \quad (2.95)$$

Nach Abschalten des Fallenpotentials bewegen sich die Atome im freien Fall mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $\frac{\mathbf{p}}{m}$. Die Wahrscheinlichkeit, ein Atom am Ort \mathbf{x} mit dem Impuls \mathbf{p} zum Zeitpunkt t nach Abschalten des Potentials vorzufinden, ist dieselbe wie die zum Zeitpunkt des Abschaltens, d.h. bei $t = 0$, jedoch am Ort $\mathbf{x} - \frac{\mathbf{p}}{2M}t - \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$ mit dem Impuls \mathbf{p} :

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) = \begin{cases} \rho\left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{p}}{M}t - \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2, \mathbf{p}\right) & : t > 0 \\ \rho(\mathbf{x}, \mathbf{p}) & : t \leq 0 \end{cases} \quad (2.96)$$

Die Dichte im Ortsraum ergibt sich durch Integration von Gl.(2.96) über alle Impulse \mathbf{p} :

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{x}, t) &= \int \rho(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t) d^3\mathbf{p} \\ &= N \left(\frac{DM}{2\pi k_B T (M + Dt^2)}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{1}{k_B T} \frac{DM}{2} \frac{(\mathbf{x} - \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2)^2}{M + Dt^2}\right) \end{aligned} \quad (2.97)$$

Dies ist gültig für $t > 0$.

Die Atome können nicht direkt beobachtet werden, sondern nur ihre Fluoreszenzintensität. Die Dichte der Strahlungsstärke ρ_{Fl} ist jedoch proportional der

¹³Die Integrationen in diesem Kapitel wurden mit MAPLE [Wat] durchgeführt und sind in Anhang C dargestellt

Atomdichte an einem Ort gewichtet mit der dort herrschenden Übergangsrate $n_0(\mathbf{x})$ (wegen der Intensität $I(\mathbf{x})$ des Lichtfeldes am Ort \mathbf{x}).

$$\rho_{Fl}(\mathbf{x}, t) = \frac{\hbar\omega}{4\pi}\rho(\mathbf{x}, t)n_0(\mathbf{x}) \quad (2.98)$$

$\frac{\hbar\omega}{4\pi}n_0$ ist die Strahlungsstärke eines Atoms mit isotroper Abstrahlcharakteristik. Die Rate n_0 ist in Gl. (2.2) definiert. Die Ortsabhängigkeit von n_0 ist im allgemeinen sehr kompliziert. Sie wird, um im weiteren Verlauf analytisch darstellbare Funktionen zu erhalten, hier mit

$$n_0(\mathbf{x}) = n_0(\mathbf{0})e^{-\mathbf{x}^2/w^2} \quad (2.99)$$

angenommen. w : Geometrieparameter.

Aus der Zeitabhängigkeit von $\rho_{Fl}(\mathbf{x}, t)$ kann die Temperatur ermittelt werden.

Es gibt verschiedene Methoden diese zu bestimmen. Sie haben jedoch gemein, daß die Dichte $\rho_{Fl}(\mathbf{x})$ nicht direkt bestimmt wird. Diese sollen nun vorgestellt werden.

(i) Fallenlassen: Nach dem Abschalten des Fallenpotentials expandiert die Wolke ballistisch. Unter dem Einfluß der Gravitation fällt die Wolke nach unten. Führt man einen Probestrahl durch Einspiegelung unter dem Fallenvolumen durch, so kreuzt die Wolke den Probestrahl. Die Fluoreszenz der Atome, die durch den Probestrahl fallen, wird zeitaufgelöst betrachtet und hieraus die Temperatur bestimmt. Man kann also mit der Messung einer einzigen Fallenexpansion die Temperatur ermitteln. Da diese Methode in unserem Experiment nicht zur Anwendung kommt, soll an dieser Stelle auf den Artikel [LWW⁺88] verwiesen werden. Ein Nachteil dieser Methode ist die Empfindlichkeit der Messung gegenüber einer kollektiven Bewegung der Wolke in vertikaler Richtung.

(ii) Release & Recapture: Die Diffusion der Atome in der Falle führt dazu, daß sich nach dem Abschalten der Fallenlaser, also der Fallenkräfte, ein Teil der Atome aus dem Fallenvolumen heraus bewegen. Dieser Verlust wird zeitaufgelöst bestimmt und ist ein Maß dafür, wie schnell sich die Atome im Mittel in der Falle bewegen. Hieraus kann dann das Temperaturäquivalent bestimmt werden.

Bei dieser Methode ist zu beachten, daß die Atome nur leuchten, wenn ein Lichtfeld präsent ist. Da dieses zudem eine Kraft auf die Atome ausübt, kann die Zeitabhängigkeit der Gesamtfluoreszenz nicht direkt gemessen werden. Es muß vielmehr für jede Fluoreszenzmessung zu einem bestimmten Zeitpunkt ein neues Ensemble präpariert werden. Hierzu wird die Falle geladen, die Fallenlaser und das Magnetfeld ausgeschaltet. Eine Zeit t wird abgewartet, dann die Atomwolke wieder mit dem Laser bestrahlt. Die Gesamtfluoreszenz der Falle wird aufgenommen. Die erhaltenen Werte vergleicht man mit einem Modell mit der Temperatur als Parameter.

Während in Referenz [CHB⁺85] von einer über das Fallenvolumen konstanten Intensitätsverteilung des die Fluoreszenz anregenden Lichtfeldes ausgegangen wird, wird diese hier gaußförmig in drei Dimensionen angenommen (Gl.(2.99)). Die nachgewiesene Gesamtfluoreszenz P_{Fl} ist unter Vernachlässigung von Strahlungseinschluß proportional zu dem Integral über die Dichte der Strahlungsstärke ρ_{Fl} multipliziert mit dem beobachteten Raumwinkel $\Omega(\mathbf{x})$ über den gesamten Raum

$$\begin{aligned}
P_{Fl}(t) &= \int_V \rho_{Fl}(\mathbf{x}, t) \Omega(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} \\
&= \frac{\hbar\omega\Omega}{4\pi} n_0(\mathbf{0}) \left(\frac{DMw^2}{2k_B T M + 2k_B T D t^2 + DMw^2} \right)^{3/2} \\
&\quad \cdot \exp \left(-\frac{MD(\frac{1}{2}gt)^2}{2k_B T M + 2k_B T D t^2 + DMw^2} \right) \quad (2.100)
\end{aligned}$$

unter der Annahme, daß sich der beobachtete Raumwinkel nicht über den Raum der Falle ändert, also $\Omega(\mathbf{x}) = \Omega$. Die Abnahme der Fluoreszenz ist für kleine Zeiten von der Diffusion bestimmt. Dies wird durch den ersten Term beschrieben. Für große Zeiten dominiert der exponentielle Abfall, der durch das Verschwinden der Atome aus dem beleuchteten Volumens aufgrund der Gravitation verursacht wird.

Da auch der Parameter D bei der Auswertung als variabler Parameter verwendet werden soll, D aber für numerische Fitprogramme zu klein ist, wird Gl.(2.100) umgeformt:

$$\begin{aligned}
I_{Fl}(t) &= \frac{\hbar\omega\Omega}{4\pi} n_0(\mathbf{0}) \left(2\frac{M}{D} \frac{k_B}{M} \frac{T}{w^2} + 2\frac{k_B}{M} \frac{T}{w^2} t^2 + 1 \right)^{-3/2} \\
&\quad \cdot \exp \left(-\frac{(\frac{1}{2}gt)^2}{2k_B T \frac{M}{D} + 2\frac{k_B}{M} T t^2 + w^2} \right) \quad (2.101)
\end{aligned}$$

$\frac{M}{D}$ ist in der Größenordnung, die numerisch gut behandelt werden kann. Die hiermit ermittelte Temperatur T hängt empfindlich von der Wahl des Geometrieparameters w ab.

Im vorgestellten Modell ist die Abnahme der Fluoreszenz durch eine kollektive Driftbewegung der Atome, verursacht zum Beispiel durch ungleiche Intensitäten der Fallenlaserstrahlen (siehe Gl.(2.6) und Gl.(2.24)), nicht berücksichtigt.

(iii) Blitzlichtmethode: Im Gegensatz zu den beiden vorhergehenden Methoden wird nicht nur die zeitliche Entwicklung der Fluoreszenz, sondern auch die räumliche Ausdehnung der Wolke betrachtet. Der Ablauf gleicht dem der Release & Recapture Methode: Das Fallenmagnetfeld und die Fallenlaser werden abgeschaltet. Nach einer freien Expansion der Wolke für eine gegebene Zeit t

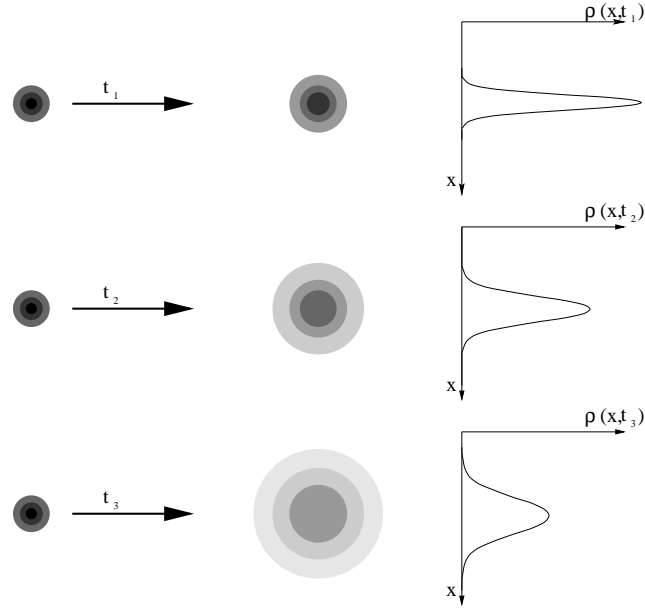


Abbildung 2.9: *Expansion der Falle zu den Zeitpunkten t_1 , t_2 und t_3*

wird die Wolke wieder mit dem Fallenlaser zur Fluoreszenz angeregt. Das Bild der Wolke wird aufgenommen und deren Ausdehnung für verschiedene Expansionsdauern bestimmt. Aus der Zunahme der Ausdehnung der Wolke kann auf die mittlere Geschwindigkeit der Atome geschlossen werden. Diese Methode ist unempfindlicher gegen Driftbewegungen der Atomwolke.

Bei der Durchführung des Experiments wird die Fluoreszenz der Atomwolke mit einer Kamera aufgenommen. Zur Verbesserung des Verhältnisses vom Signal zum Rauschen wird die Projektion $P(x, t)$ des Bildes auf die Horizontale verwendet. Die Projektion stellt die integrale Randverteilung der beobachteten Fluoreszenz $\rho_{Fl}(\mathbf{x} = (x, y, z), t)\Omega(\mathbf{x})$ (Ω : beobachteter Raumwinkel) für (x, t) über y und z dar.

$$\begin{aligned}
 P(x, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{Fl}((x, y, z), t)\Omega((x, y, z)) dydz \\
 &= \frac{\Omega}{h^3\sqrt{2\pi}} \frac{(DM)^{3/2}w^2}{(2k_B T M + 2k_B T D t^2 + DMw^2)\sqrt{k_B T(M + Dt^2)}} \\
 &\quad \cdot \exp\left(\frac{MD(\frac{1}{2}gt^2)^2}{2k_B T M + 2k_B T D t^2 + DMw^2}\right) \\
 &\quad \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{2k_B T M + 2k_B T D t^2 + DMw^2}{k_B T w^2(M + Dt^2)} x^2\right) \quad (2.102)
 \end{aligned}$$

Die Gravitation wirkt hier in Richtung der y -Achse, es ist also $\mathbf{g} = (0, -g, 0)$

Die Größe, die die räumliche Ausdehnung der Projektion der Wolke in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt ist die $\frac{1}{e}$ -Breite $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{2k_B T w^2 (M + Dt^2)}{2k_B T M + 2k_B Dt^2 + DMw^2}} \quad (2.103)$$

Die $\frac{1}{e}$ -Breite der aufgenommenen Projektionen, die durch Anpassen einer Gaußfunktion an die Projektion bestimmt wird, wird mit Gl.(2.103) verglichen. Als freie Parameter werden wieder D und T gewählt. Aus numerischen Gründen wird Gl.(2.103) analog zu Gl.(2.100) umgeformt.

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{2w^2 \left(\frac{M}{D} + t^2\right)}{2\frac{M}{D} + 2t^2 + \frac{Mw^2}{k_B T}}} \quad (2.104)$$

$\frac{M}{D}$ wird als freier Parameter genommen, da dieser in der numerisch besser zugänglichen Größenordnung von 10^{-6}s^2 liegt.

Kapitel 3

Experimenteller Aufbau

Auf den experimentellen Aufbau der magneto-optischen Falle mit Vakuumapparatur, Lasersystem und optischem Nachweis soll hier nur kurz eingegangen werden, da eine detaillierte Beschreibung in Referenz [Wol] vorliegt.

3.1 Vakuumapparatur

Atome aus der Umgebung der Falle können eingefangene Atome aus der Falle schlagen. Um diesen Verlust möglichst gering zu halten, wird das Fallenvolumen in einer Edelstahl UHV Apparatur eingeschlossen. Eine ausführliche Beschreibung dieser Apparatur findet sich in [Spr96]. In der Apparatur herrscht ein Druck von $3 - 4 \cdot 10^{-9}$ mbar. Der Rubidium-Partialdruck wird durch ein verschließbares, von außen beheizbares, Rubidium Reservoir hervorgerufen, in dem sich elementares Rubidium im natürlichen Isotopenverhältnis befindet.

Die Fallenlaserstrahlen werden durch symmetrisch angeordnete Fenster eingestrahlt. Die Fluoreszenz der Falle wird durch ein Fenster mit einem Photomultiplier und durch ein weiteres mit einer CCD-Kamera beobachtet.

Das zum Fallenbetrieb notwendige magnetische Quadrupolfeld wird durch zwei gegensinnig vom Strom I durchflossene Spulen erzeugt, die außerhalb der Apparatur angebracht sind. Der Magnetfeldgradient im Zentrum auf der Spulenachse, also am Ort der Falle, ist [Spr96]:

$$B_x = 0.00104 \frac{\text{T}}{\text{m}} \cdot I \quad (3.1)$$

Der Strom wird durch eine stabilisierte, regelbare Stromquelle geliefert. Die Falle wird mit Strömen zwischen 3 und 9A betrieben. Das Magnetfeld kann über eine aktive Schaltung zur Dämpfung des Stroms geschaltet werden. Es fällt in $130\mu\text{s}$ auf 20% ab (siehe Anhang A). Die im Magnetfeld enthaltene Energie wird in einem Widerstand, über den beim Abschalten konstant 100V abfallen, in Wärme umgesetzt. Für den Schaltplan sei auf Referenz [Har95] verwiesen.

Das Erdmagnetfeld wird durch drei senkrecht zueinander um die Apparatur angeordnete Spulenpaare kompensiert.

3.2 Lasersystem

Da die natürliche Linienbreite der in diesem Experiment verwendeten Übergänge 6MHz beträgt, benötigt man ein Lasersystem, das auf besser als 1MHz stabilisiert ist. Hier kommt ein Diodenlasersystem zur Anwendung, daß zum Teil an der Universität Konstanz entwickelt wurde [Wol95]. Der Fallenlaser ist ein gitterstabilisierter Diodenlaser, der mittels dopplerfreier Sättigungsspektroskopie auf eine Crossover Linie im Übergang vom Zustand $5^2S_{1/2}$ in den Zustand $5^2P_{3/2}$ des ^{87}Rb aktiv angekoppelt wird. In Referenz [KWR96] ist der Laser und seine Stabilität beschrieben. Die Frequenz des Lasers wird mit einem akusto-optischen Modulator auf die für den Fallenzklus benötigte Frequenz von 13.5MHz unter der des Übergangs vom Zustand $5^2S_{1/2}$ mit $F = 2$ in den Zustand $5^2P_{3/2}$ mit $F' = 3$ verschoben. Dieser Strahl wird nun in einer weiteren Laserdiode verstärkt (injection locking) und durch eine polarisationerhaltende Monomode-Glasfaser geleitet. Hierdurch wird das Strahlprofil des Lasers in eine Gaußform gebracht.

Mit einem elektro-optischen Modulator kann die Intensität des Fallenlasers auf $\frac{1}{360}$ abgesenkt werden. Die Maximalintensität beträgt 29mW. Der Strahl wird mit einem Teleskop auf den gewünschten $\frac{1}{e^2}$ Durchmesser von 1 cm aufgeweitet. Die Intensität des zur Falle weitergeleiteten Strahls kann mit Hilfe einer $\lambda/2$ Platte und eines Polarisationsstrahlteilers zusätzlich noch abgeschwächt werden.

Der Rückpumpulaser ist ebenfalls ein aktiv stabilisierter Diodenlaser. Er ist an den Übergang vom Zustand $5^2S_{1/2}F = 1$ in den Zustand $5^2P_{3/2}$ des ^{87}Rb angekoppelt. Die Ausgangsleistung beträgt für diesen Laser 2.1mW. Er wird vor der Falle in dem polarisierenden Strahlteiler kollinear mit dem Fallenlaser überlagert.

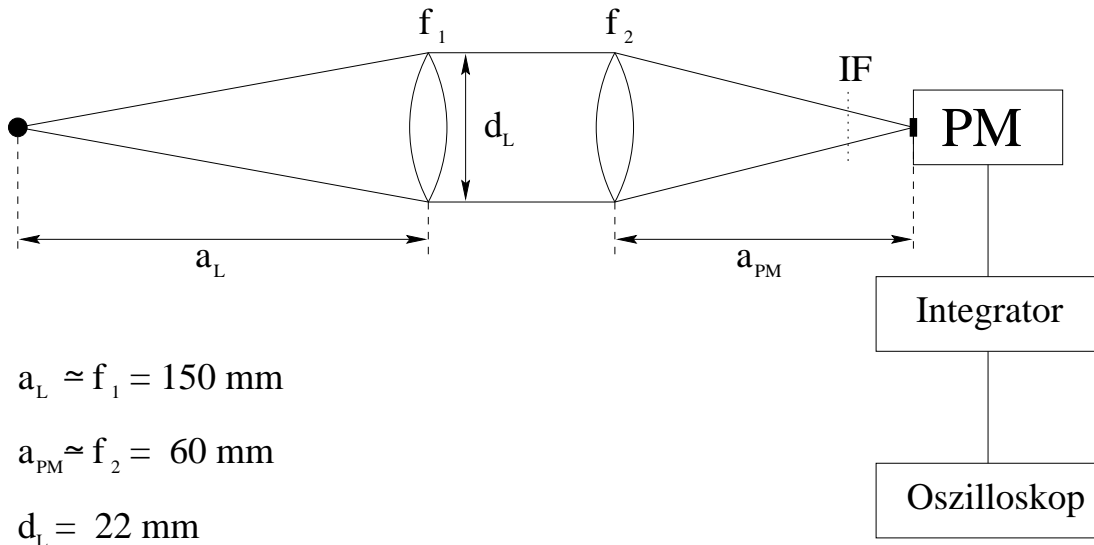


Abbildung 3.1: *Abbildung der Falle auf einen Photomultiplier. IF: Interferenzfilter [Wol]*

3.3 Optischer Nachweis der Falle

Die Gesamtfluoreszenz der Falle wird über zwei Linsen auf einen Photomultiplier (Firma: Hamamatsu, Typ: 5702) abgebildet (siehe Abb. 3.1). Vor diesem ist zum Schutz vor Streulicht ein Interferenzfilter angebracht, der nur Licht der Wellenlänge 780 nm passieren läßt. Der Photomultiplier ist ein Gerät mit integrierter Hochspannungsversorgung und einem Vorverstärker für das Ausgangssignal. Der Vorverstärker selbst ist über eine Steuerspannung regelbar und ist in diesem Experiment so eingestellt, daß sich für Licht mit 780nm Wellenlänge eine Ausgangsspannung von 3.2mV pro nW eingestrahelter Leistung ergibt. Da dieses Signal noch Fluktuationen unterliegt, die von Intensitäts- oder Frequenzschwankungen des Fallenlasers herrühren, wird es mit einem Integrator geglättet. Dieser hat einen Verstärkungsfaktor von 10.3 für ein DC-Signal. Die Zeitkonstante des Integrators beträgt $14\mu\text{s}$. Das Signal des Integrators wird mit einem Oszilloskop oder Multimeter betrachtet und dient der Bestimmung der Anzahl der Atome in der Falle.

Die Fluoreszenz der Falle wird auch mit einer CCD-Kamera (Hersteller: PCO, Modell: Flashcam) orts aufgelöst betrachtet. Es wird ein Fujinon Objektiv mit 50mm Brennweite und Blende 2.8 benutzt. Die Kamera kann durch ein TTL-Signal getriggert werden. Nach dem Auslösen des Triggersignals wird die auf den CCD-Chip auffallende Intensität für eine einstellbare Belichtungszeit zwischen $100\mu\text{s}$ und 10ms integriert. Das Bild wird in der Kamera digitalisiert, in einem Bildspeicher abgelegt und über die parallele Schnittstelle ausgelesen.

Die Signale zur Steuerung des Magnetfeldes, des elektro-optischen Modulators

und der Kamera werden mit einem digitalen Delay-Generator (Hersteller: Stanford Research Systems) erzeugt, der über die IEEE-488 Schnittstelle vom PC aus gesteuert wird. Das Blockschaltbild in Abb. 3.2 zeigt schematisch das Zusammenwirken der Komponenten. Der Magnetfeldschalter unterbricht mit einem FET-Transistor den Stromkreis für die Anti-Helmholtz-Spulen. Zeitgleich muß die Steuerspannung für die Stromregelung des Netzteils dieser Spulen auf 0V gezogen werden. Damit werden Störungen vermieden, die von dem Netzteil ausgehen, wenn die Regelung Strom liefern soll, der Stromkreis jedoch unterbrochen ist. Der Delay Generator liefert ebenfalls ein TTL-Signal an den HV-Pulsverstärker. Dieser versorgt den elektro-optischen Modulator mit der Spannung, die benötigt wird, um den Fallenlaser zu schalten. Im abgeschalteten Zustand hat der Fallenlaser hinter dem elektro-optischen Modulator noch ca. $60\mu\text{W}$ Leistung.

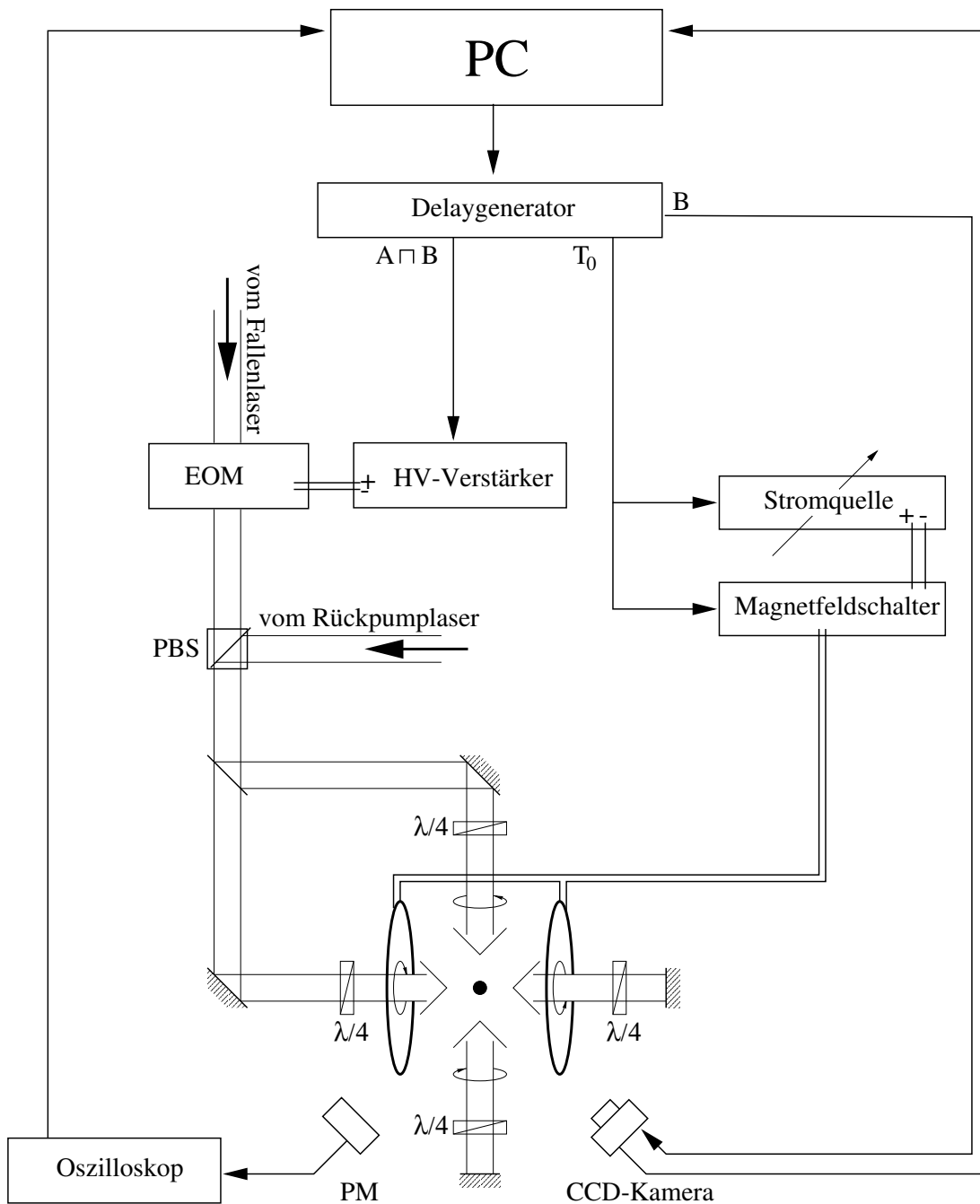


Abbildung 3.2: Blockschaltbild der Steuerung, der dritte Fallenlaserstrahl ist nicht eingezeichnet. PBS: Polarisationsstrahlteilerwürfel; EOM: elektro-optischer Modulator

Kapitel 4

Messungen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Messung vorgestellt und so die Atome in der Falle charakterisiert.

4.1 Anzahl Atome in der Falle

Die Fallenlaserstrahlen werden so justiert, daß die gesamte Fallenfluoreszenz, die mit dem Photomultiplier beobachtet wird, maximal ist, und die Fluoreszenz der Wolke eingefangener Atome auf dem Kamerabild zudem rund erscheint. Um die Anzahl N der Atome in der Falle zu bestimmen, wird die gesamte Fluoreszenz der Falle mit einem Photomultiplier betrachtet. Diese ist, bei abgeschaltetem Magnetfeld und unter Vernachlässigung von Strahlungseinschluß proportional zur Anzahl der Atome. Hierbei wird davon ausgegangen, daß über den Bereich der Wolke eine homogene Laserintensität herrscht.

Ein einzelnes Atom emittiert in einer Sekunde n_{Ph} Photonen:

$$n_{Ph} = \frac{N \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_0}}{1 + \left(\frac{\omega_L - \omega_0}{\Gamma/2} \right)^2} \quad (4.1)$$

Dies ergibt eine abgestrahlte Leistung von

$$P = n_{Ph} E_{Ph} \quad (4.2)$$

wobei $E_{Ph} = \hbar\omega$ die Energie eines einzelnen abgestrahlten Photons ist. Unter Berücksichtigung des Raumwinkels Ω , in dem die abgestrahlte Leistung detektiert wird, ergibt sich die auf dem Photomultiplier ankommende Leistung P_d zu

$$P_d = P \frac{\Omega}{4\pi} \quad (4.3)$$

Aus den Daten in Abb. 3.1 ergibt sich ein Raumwinkel von 0.07sr. Am Ausgang des Photomultipliers liegt eine Spannung U_{PM} an, die der detektierten Leistung proportional ist:

$$U_{PM} = \alpha_{PM} P_d \quad (4.4)$$

$\alpha_{PM} = 3.2 \frac{\text{mV}}{\text{nW}}$: Proportionalitätsfaktor. Dieses Signal wird mit einem Integrator geglättet und nachverstärkt. Für die Ausgangsspannung U_{PMI} des Integrators gilt:

$$U_{PMI} = 10.3 U_{PM} \quad (4.5)$$

Somit ergibt sich für die Anzahl N der Atome in der Falle

$$N = 7.6 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}^2}{\text{V mW}} U_{PMI}/I \quad (4.6)$$

I : Laserintensität am Ort der Falle.

Um die Laserintensität am Ort der Falle zu ermitteln, bestimmt man die Intensität des Fallenlasers vor dem Aufteilen in die Teilstrahlen. Da diese wieder in sich zurückgespiegelt werden, ist die Intensität am Ort der Falle die doppelte hiervon. Bei einer Leistung des Fallenlasers von 20mW ist die Gesamtintensität am Ort der Falle $51 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$ ¹. Die Spannung liegt aufgrund der Fallenfluoreszenz nach dem Integrator im Normalbetrieb der Falle zwischen 150-250mV, also werden $2 - 4 \cdot 10^6$ Atome eingefangen.

4.2 Aufnahme der Falle

Die Fluoreszenz der Falle wird mit einer Kamera auch orts aufgelöst betrachtet. In der Kamera wird ein handelsüblicher Video-CCD-Chip mit 758×572 quadratischen Pixeln verwendet. Da das Videoformat im interlaced-Verfahren arbeitet, also immer abwechselnd ein Halbbild — jede zweite Zeile — ausgelesen wird, wird auch nur ein Halbbild in den Bildspeicher übertragen. Die Auflösung ist also in Zeilenrichtung (x -Richtung) doppelt so hoch wie in Spalten- (y -) Richtung. 10 Pixel sind vor jeder Zeile auf dem CCD-Chip so angebracht, daß sie kein Licht empfangen. Aus diesen ermittelt der CCD-Chip für jede Zeile den Dunkelstrom neu, der von jedem Pixel abgezogen wird. Dies führt dazu, daß dem Bild ein zeilenweises Rauschen, also ein „Streifenteppich“ überlagert ist. Zudem werden, wenn für eine Zeile ein Untergrundwert abgezogen wird, der zu hoch ist, Pixel mit niedriger Ladungsmenge aufgrund schwacher Belichtung fälschlicherweise auf 0 gesetzt. Dies führt, wie in Abb. 4.1 zu erkennen zu einer Verfälschung der Ergebnisse. So erscheinen die Halbwertsbreiten $FWHM_{scheinbar}$ kleiner als sie sind $FWHM_{wahr}$. Um diesem Effekt entgegenzuwirken, wird mit einer Halogenlampe zusätzliches künstliches Hintergrundlicht erzeugt. Dieser Hintergrund muß von jedem Bild abgezogen werden.

Zur Verbesserung des Verhältnisses zwischen Signal und Rauschen wird zur Auswertung die Projektion auf die x -Achse herangezogen. Diese besteht aus den Spaltensummen, sie werden gebildet, indem man alle Pixel in jeder Spalte aufsummiert (siehe Abb. 4.2). Jede Zeile hat aufgrund der oben erwähnten

¹Die Intensität ist die Leistung geteilt durch die Fläche, hier eine Kreisfläche mit 5mm Radius

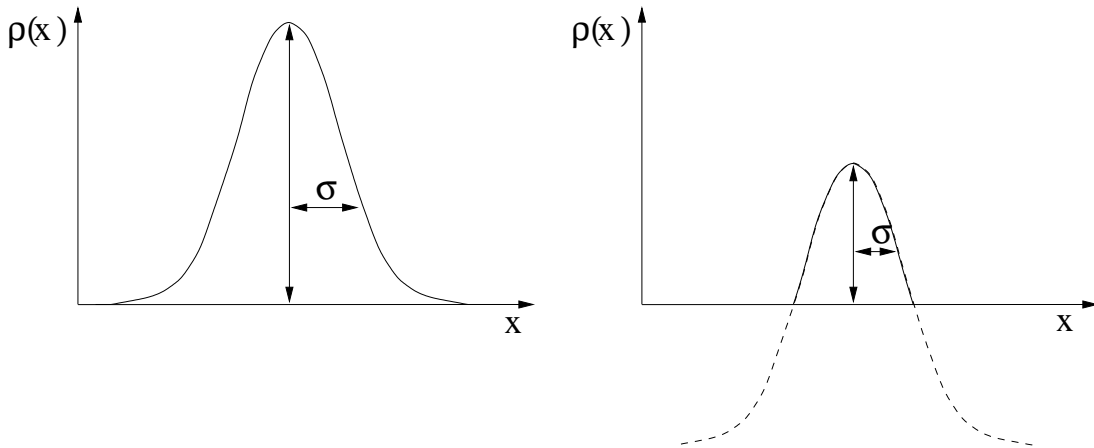


Abbildung 4.1: bei Abziehen eines zu großen Hintergrundes erscheinen die Halbwertsbreiten kleiner als sie sind

Dunkelstrom-Korrektur einen anderen Nullpunkt, deshalb sind die Zeilensummen nicht verwertbar, das Rauschen überdeckt das Signal. Es werden deshalb nur die Spaltensummen ausgewertet.

Aus Abb. 4.4 sind die zeitlichen Zusammenhänge bei der Aufnahme eines Bildes erkennbar. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Leitung T_0 des Delay-Generators aktiv. Wenn diese Leitung logisch hoch liegt (+5V) wird durch einen Transistor im Magnetfeldschalter der Stromkreis für die Anti-Helmholtz-Spulen unterbrochen und die Steuerspannung für die Stromregelung des Netzteils dieser Spulen auf 0V gelegt. Somit werden Störungen vermieden, die von dem Netzteil ausgehen, wenn es sich in einem unregelmäßigen Zustand befindet. Das Fallenmagnetfeld wird abgeschaltet, um die Ortsabhängigkeit der Resonanzfrequenz aufgrund des Zeeman-Effekts auszuschließen. Somit ist Fluoreszenz an einem Ort proportional zur Dichte der Rubidium Atome und der Laserintensität an diesem Ort. Der Ausgang A des Delay-Generators ist unbeschaltet, die Verzögerungszeit für diesen ist 0ms. Die Triggierung der Kamera erfolgt über den Ausgang B, dieser wird zum Zeitpunkt t_{delay} logisch niedrig aktiv. Die Kamera startet die Belichtung mit der fallenden Flanke. An dem Ausgang A \square B liegt zwischen den Zeitpunkten 0 und t_{delay} ein logisch hohes Signal an. Dieses wird verwendet, um über den HV-Pulsverstärker den elektro-optischen Modulator zu schalten. Solange das Signal hoch ist, wird die Falle nicht mit dem Fallenlaser beleuchtet, es wirken also keine Kräfte auf die Atome.

4.3 Größe

Aus dem Kamerabild kann die Größe der Falle bestimmt werden. Danach wird die Fluoreszenz der Falle mit der CCD-Kamera betrachtet. Typische Belichtungs-

$a_{1,1}$	$a_{2,1}$	$a_{3,1}$	\cdots	$a_{758,1}$
$a_{1,2}$	$a_{2,2}$	$a_{3,2}$	\cdots	$a_{758,2}$
$a_{1,3}$	$a_{2,3}$	$a_{3,3}$	\cdots	$a_{758,3}$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
$a_{1,276}$	$a_{2,276}$	$a_{3,276}$	\cdots	$a_{758,276}$
$\sum_{i=1}^{276} a_{1,i}$	$\sum_{i=1}^{276} a_{2,i}$	$\sum_{i=1}^{276} a_{3,i}$	\cdots	$\sum_{i=1}^{276} a_{758,i}$

Abbildung 4.2: *Bildung der Projektion auf die x-Achse*

zeiten liegen zwischen 0.5ms und 2ms. Da in dieser Zeit die Reibungskraft nach Gl.(2.7) wirkt, dehnt sich die Wolke während der Beobachtung kaum aus. Dieses Kamerabild wird auf den PC übertragen. Dort werden die Spaltensummen errechnet und es wird ein Hintergrundbild abgezogen. An diese Spaltensummen wird unter Verwendung von Routinen aus [PTVF92] eine Gaußkurve

$$f(x) = (h) \times \exp\left(\frac{(x - (x_{Offset}))^2}{(\sigma)^2}\right) + (y_{Offset}) + (s) \times x \quad (4.7)$$

angepaßt, wobei die eingeklammerten Größen (h) , (x_{Offset}) , (σ) , (y_{Offset}) und (s) variabel sind. Anhand der Werte von (y_{Offset}) und (s) , die eigentlich verschwinden sollten, kann man erkennen, ob sich der Hintergrund geändert hat. Da laut Aussage des Kameraherstellers bei Video-CCD-Kameras das Photonenrauschen durch das Rauschen der Elektronik und bei der Digitalisierung überdeckt wird, kann für jede Spaltensumme ein konstanter Fehler $\Delta\Sigma$ angenommen werden. Dieser ist dann

$$\begin{aligned} \Delta\Sigma &= \sqrt{n_{Zeilen} \Delta a_{pixel}^2} \\ &= \sqrt{276} \cdot 3 = 50 \end{aligned} \quad (4.8)$$

n_{Zeilen} : ist die Anzahl der Zeilen, über die summiert wird; Δa_{pixel} : Rauschen pro Pixel.

Das Rauschen pro Pixel wurde aus der Varianz der Pixel der Differenz zweier Hintergrundbilder bestimmt.

Somit werden die variablen Größen aus dem Fit gleich mit einer Varianz ausgegeben. (σ) ist die halbe $\frac{1}{e}$ -Breite, aus (σ) kann man also ein Maß für die Größe der Ausdehnung gewinnen. Dazu muß der Faktor für die Umrechnung von der

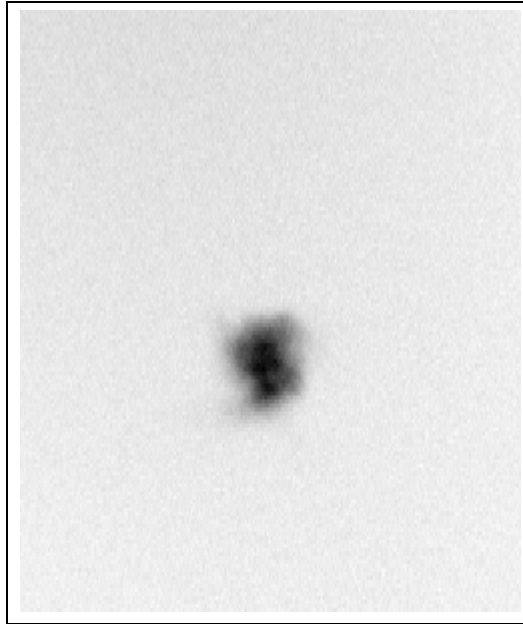


Abbildung 4.3: *Oben: Bild der Falle, mit der CCD-Kamera aufgenommen; Unten: Das gleiche Bild in einer dreidimensionalen Darstellung, die Höhe entspricht der Graustufe auf dem Bild; in X und Y Richtung sind Pixel aufgetragen. Der Hintergrund ist jeweils abgezogen.*

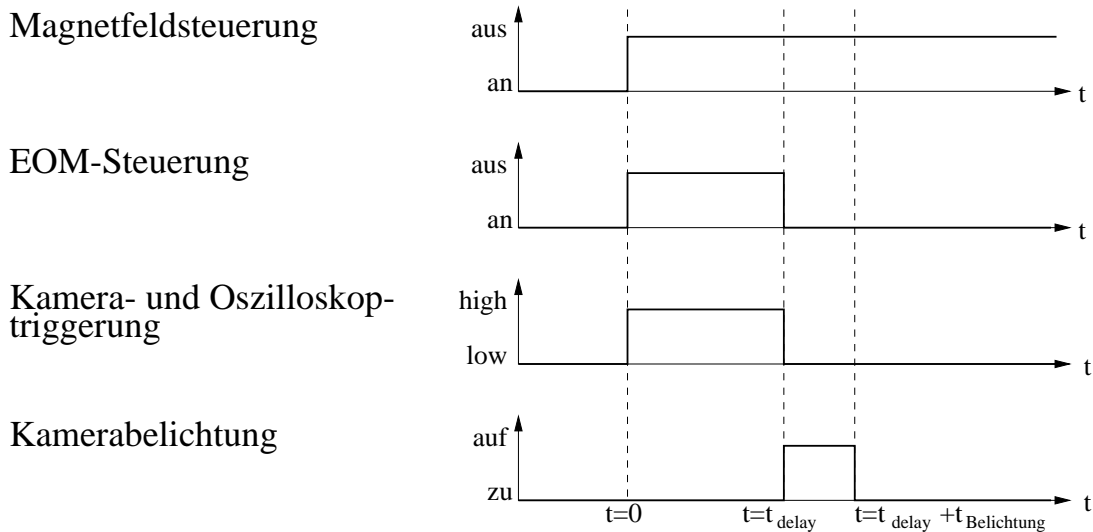


Abbildung 4.4: *Timingdiagramm zur Verdeutlichung der zeitlichen Zusammenhänge*

Größe des Bildes in Pixel zu der wirklichen Ausdehnung im Raum gefunden werden. Dieser wurde bestimmt, indem das Bild eines Meßschiebers aufgenommen wurde, der den gleichen Abstand zur Kamera hatte wie die Falle. Als Umrechnungsfaktor ergibt sich $52 \frac{\text{Pixel}}{\text{mm}}$.

Ein Bild der Falle ist in Abb. 4.3 zu sehen, die $\frac{1}{e}$ -Breite der Falle ist $600 \pm 40 \mu\text{m}$.

Es wurde untersucht, wie sich die Wolke während der Belichtungszeit verändert. Der Beginn der Aufnahme des Bildes wurde gegenüber dem Einschalten des Fallenlasers verzögert, die Atome waren also länger der Lichtkraft ausgesetzt. Bei einer Verzögerung 1ms konnte kein Unterschied in der Größe festgestellt werden.

4.4 Temperatur

Die Größe, die auf die weiteren Experimente mit den Rubidium-Atomen den größten Einfluß hat, ist die Temperatur der Atome. Sie wird auf zwei Arten gemessen. Zum einen wird mit der Blitzlichtmethode die Expansion der Wolke betrachtet, zum anderen wird über die Abnahme der Intensität wie bei der „Release & Recapture“-Methode versucht eine Temperatur zu erhalten. Da die letztere Methode sehr empfindlich gegenüber Variationen der Parameter w und D aus Gl.(2.101) ist, werden beide Methoden mit dem gleichen Parametersatz angepat.

Aufnahme der Fallenexpansion Der Delay-Generator wird vom PC aus initialisiert, d.h. die Pegel der Ausgänge werden eingestellt, und die Triggerung wird

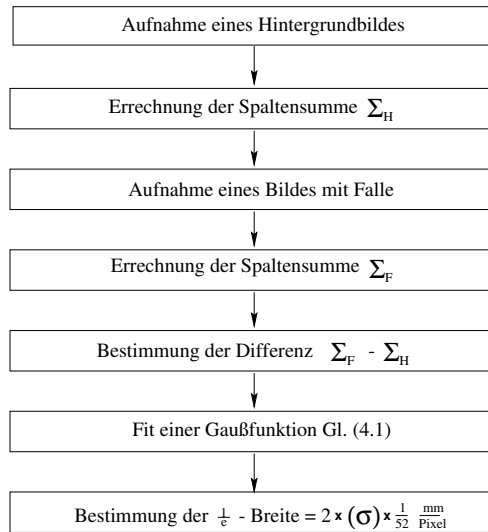


Abbildung 4.5: *Bestimmung der Größe der Falle*

auf Einzelschuß gesetzt, d.h. die Ausgänge des Delaygenerators werden erst aktiv, wenn dies vom PC angefordert wird. Nun beginnt der eigentlich Meßzyklus: die Falle wird 20s lang geladen. In dieser Zeit gelangt sie zu über 99% ihrer Maximalfluoreszenz. Der Delaygenerator wird so programmiert, daß nach erfolgter Triggerung die Falle für eine Verzögerungszeit t_{delay} abgeschaltet wird, danach wird sie belichtet und aufgenommen. Zum Zeitpunkt des Triggersignals wird das Magnetfeld und der Fallenlaser abgeschaltet. Das Magnetfeld erreicht nach $130\mu s$ 20% des ursprünglichen Wertes, der Fallenlaser wird in den hier relevanten Zeitskalen instantan geschaltet. Die verbleibende Intensität des Lasers ist $60-80\mu W$. Nachdem sich die Atome in der Wolke in der Zeit t_{delay} ohne Einfluß äußerer Kräfte fortbewegt haben, wird die Intensität des Fallenlaser in der Falle wieder auf die ursprüngliche zurückgeschaltet. Zeitgleich erhält die Kamera das Triggersignal, für eine vorgewählte Belichtungszeit wird der elektronische Verschuß der Kamera geöffnet, das Bild der Fluoreszenz in der Falle wird aufgenommen. Dieses Bild wird auf den PC transferiert, dort werden die Spaltensummen errechnet. Diese werden abgespeichert. Das Magnetfeld wird wieder eingeschaltet, die Falle 20s lang geladen und für die nächste Verzögerungszeit das Bild aufgenommen. Die Verzögerungszeiten liegen zwischen 0 und 20ms. Um Veränderungen in der Falle von Aufnahme zu Aufnahme zu erkennen, werden die Verzögerungszeiten in mehreren Durchgängen variiert. Es werden während einer Meßreihe mehrere Hintergrundbilder aufgenommen und deren Spaltensummen abgespeichert.

Auswertung: Die Hintergrundbilder werden auf Tendenzen untersucht. Wenn diese nicht vorliegen, werden die Spaltensummen gemittelt, also für jede Spalte ein mittlerer Hintergrundwert bestimmt. Nun werden diese Hintergrundwerte von

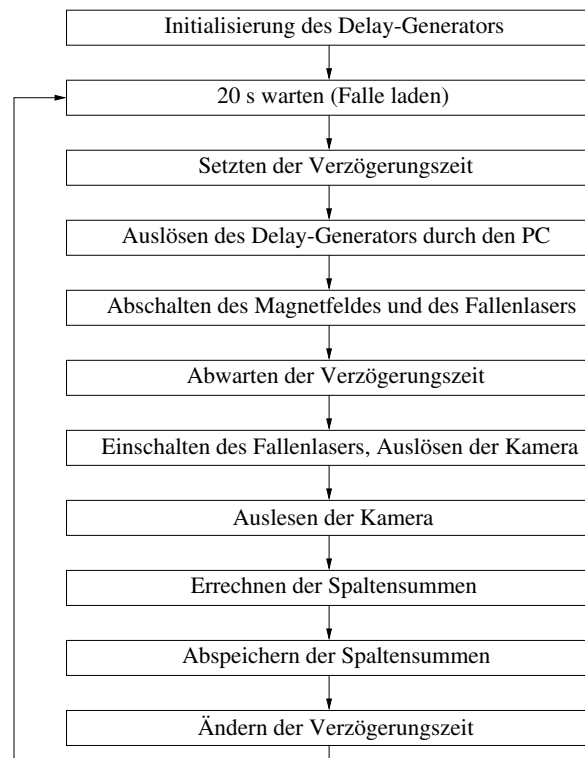


Abbildung 4.6: *Aufnahme der Fallenerpansion*

allen aufgenommenen Projektionen abgezogen. In 4.7 werden Bilder für Expansionszeiten von 0, 4 und 8ms und die dazugehörigen Projektionen gezeigt. Von diesen ist der Hintergrund bereits abgezogen. An die Projektionen wird wie in 4.3 eine Gaußkurve angepaßt und hieraus die Größe der Wolke zum Zeitpunkt t_{delay} bestimmt. (σ) aus dem Fit nach Gl.(4.7) wird gegen t_{delay} aufgetragen. An diese Daten wird dann die Funktion

$$\sqrt{\frac{2(w)^2 ((M/D) + t^2)}{2(M/D) + 2t^2 + \frac{M}{k_B}(w)^2/(T)}} \quad (4.9)$$

(siehe Gl.(2.104)) angepaßt, wobei (M/D) , (w) und (T) variable Parameter sind.

Es ist auch möglich aus der Abnahme der Gesamtintensität auf die Temperatur zu schließen. Aus der Fläche unter der Gaußkurve

$$\int_{-\infty}^{\infty} h e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}} dx = \sqrt{\pi} h \sigma \quad (4.10)$$

die proportional ist zu $(\sigma) \times (h)$, wird die Gesamtintensität bestimmt. Die so erhaltene Gesamtintensität stimmt mit der Summe über die Werte aller Pixel abzüglich des Hintergrundes überein. Die Intensität, die vom Photomultiplier gemessen wird, kann nicht für die Auswertung verwendet werden, da das Bild der Wolke die aktive Fläche des Photomultipliers verläßt, weil die Wolke aufgrund der Gravitation nach unten fällt.

$(\sigma) \times (h)$ wird gegen die Verzögerungszeit aufgetragen. Hieran wird die Funktion Gl.(2.100) angepaßt, in der Form:

$$(I_{max}) \left(2(M/D) \frac{k_B}{M}(T)/(w)^2 + 2 \frac{k_B}{M} t^2(T)/(w)^2 + 1 \right)^{-3/2} \cdot \exp \left(- \frac{(\frac{1}{2} g t^2)^2}{2k_B(T)(M/D) + 2 \frac{k_B}{M}(T) t^2 + (w)^2} \right) \quad (4.11)$$

Das Anpassen dieser Funktion mit variablen Parametern (M/D) , (T) , (w) und (I_{max}) mit dem Levenberg-Marquart Algorithmus ist numerisch nicht stabil. Der Algorithmus versucht den Wert des χ^2 , das die Abweichung des Fits von den Messdaten beschreibt, zu minimieren. Es wird also versucht, ein globales Minimum des χ^2 durch Variation der Parameter zu finden. Wenn dieses nicht stark ausgeprägt ist, oder gar mehrere lokale Minima existieren, bricht der Algorithmus ohne Ergebnis ab. Somit muß man die Parameter zur Hilfe nehmen, die aus dem Anpassen der Funktion (4.9) stammen. Keines der in der Abteilung zur Verfügung stehenden Programme (PHYSICA[Chu], ORIGIN[Mic], PVWAVE [Vis], MAPLE [Wat]) enthält einen Algorithmus, mit dem Funktionen aus dem \mathbb{R}^n in den \mathbb{R}^m mit $m > 1$ angepasst werden können. So muß das konsistente Anpassen der beiden

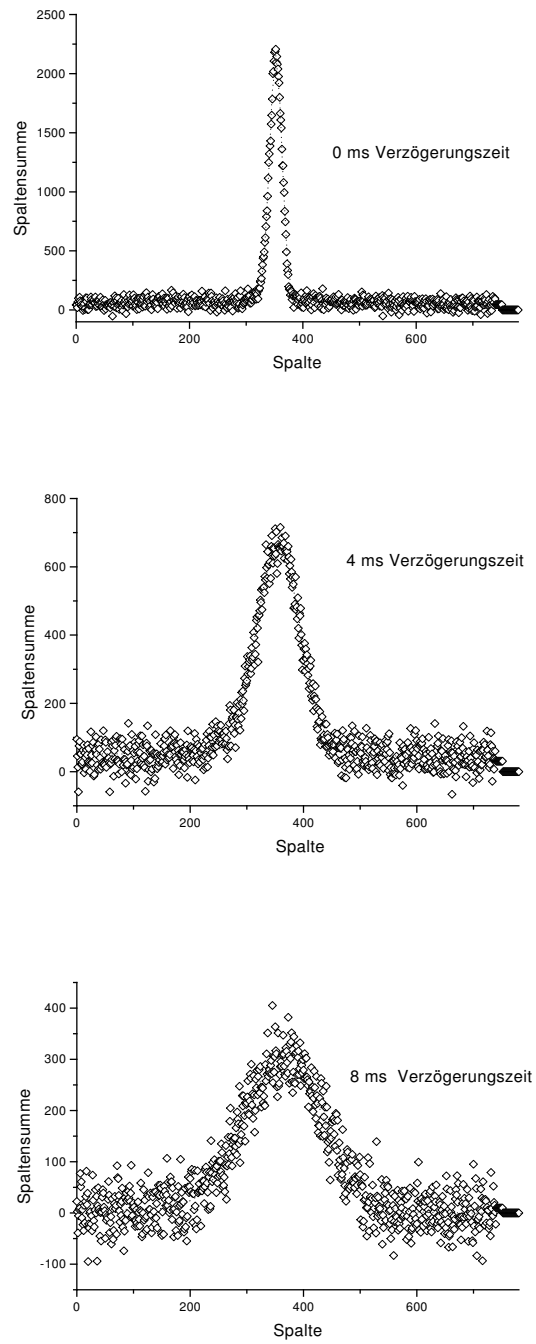


Abbildung 4.7: Die Falle nach Expansionszeiten von 0ms (oben), 4ms (mitte), 8ms(unten) und dazugehörige Projektionen

Funktionen iterativ geschehen. Dies wurde mit ORIGIN [Mic] durchgeführt. Zuerst wird die Expansion der Wolke angepaßt, wobei alle Parameter, also (M/D) , (T) und (w) variiert werden. Dann wird die Abnahme der Intensität angepaßt, wobei (M/D) und (T) aus dem vorherigen Fit übernommen wird, (w) und (I_0) variiert werden. Mit dem so erhaltenen Wert für (w) wird wieder die Expansion nach Gl.(4.9) angepaßt. Mit den jetzt erhaltenen Werten für (M/D) und (T) wird nun wieder die Abnahme der Intensität angepaßt. Dies wird wiederholt, bis sich die Werte von (M/D) , (T) und (w) in einer Iteration um weniger als ein Prozent ändern. Exemplarisch ist dieser Ablauf für die in Abbildungen 4.8 und 4.9 gezeigten Kurven:

Iteration	$(M/D)/s^2$	$(T)/\mu K$	$(w)/mm$	(I_{max})	χ^2
1a	$1.37 \cdot 10^{-6}$	330	5.25		0.183
1b	<i>$1.47 \cdot 10^{-6}$</i>	<i>330</i>	9.19	33814	0.477
2a	$1.47 \cdot 10^{-6}$	310	<i>9.19</i>		0.538
2b	<i>$1.47 \cdot 10^{-6}$</i>	<i>310</i>	8.88	33823	0.477
3a	$1.47 \cdot 10^{-6}$	310	<i>8.88</i>		0.512
3b	<i>$1.47 \cdot 10^{-6}$</i>	<i>310</i>	8.91	33819	0.477
4a	$1.47 \cdot 10^{-6}$	310	<i>8.91</i>		0.514
4b	<i>$1.47 \cdot 10^{-6}$</i>	<i>310</i>	8.91	33820	0.477

Der mit a gekennzeichnete Teil der Iteration ist der, bei dem die Breite angepaßt wird, bei dem mit b bezeichneten wird die Intensität angepaßt. Die kursiv gedruckten Werte werden jeweils festgehalten, die anderen variiert. Das χ^2 für den Parametersatz aus Iteration 4 liegt für beide Funktionen im Bereich von 0.5. Der Erwartungswert für χ^2 ist 1. Die Varianzen aus dem Fit der Gaußkurven sind also größer als die wahre Streuung.

Man sollte erwarten, daß der Geometriefaktor (w) aus dem Strahldurchmesser bestimmt werden kann. Wie aus Abbildung 4.10 ersichtlich ist, erhält man bei sich nicht in einem Punkt schneidenden Strahlachsen ein wesentlich breiteres Intensitätsprofil als aufgrund der Ausdehnung der einzelnen Strahlen zu erwarten wäre.

Messungen mit geringeren Fallenlaserintensitäten zeigten niedrigere Temperaturen, die niedrigste erreichte Temperatur betrug $80\mu K$ bei einer Fallenlaserleistung von 5mW.

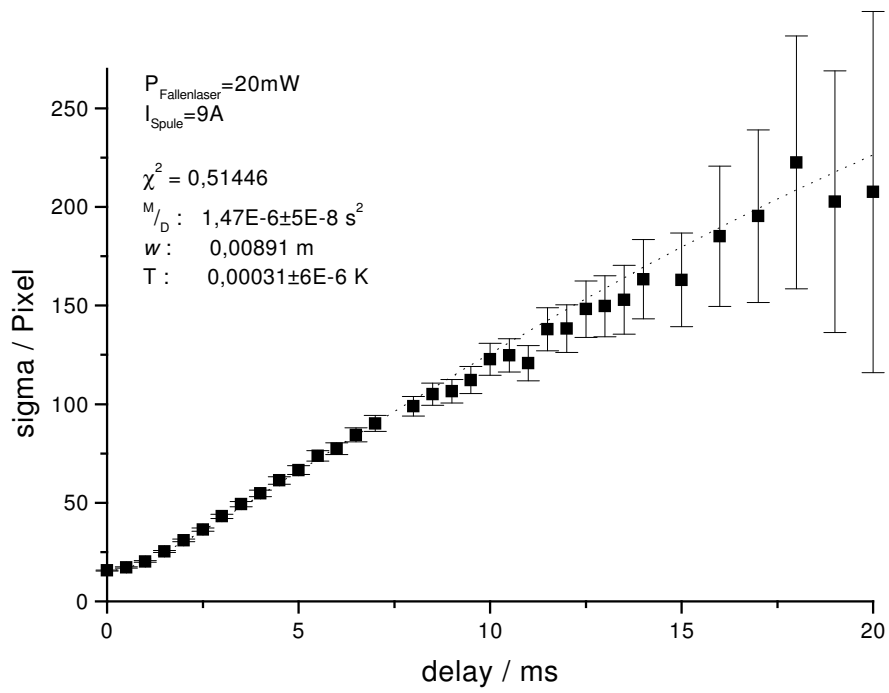


Abbildung 4.8: Die $\frac{1}{e}$ -Breite (σ) der Atomwolke bei der Expansion

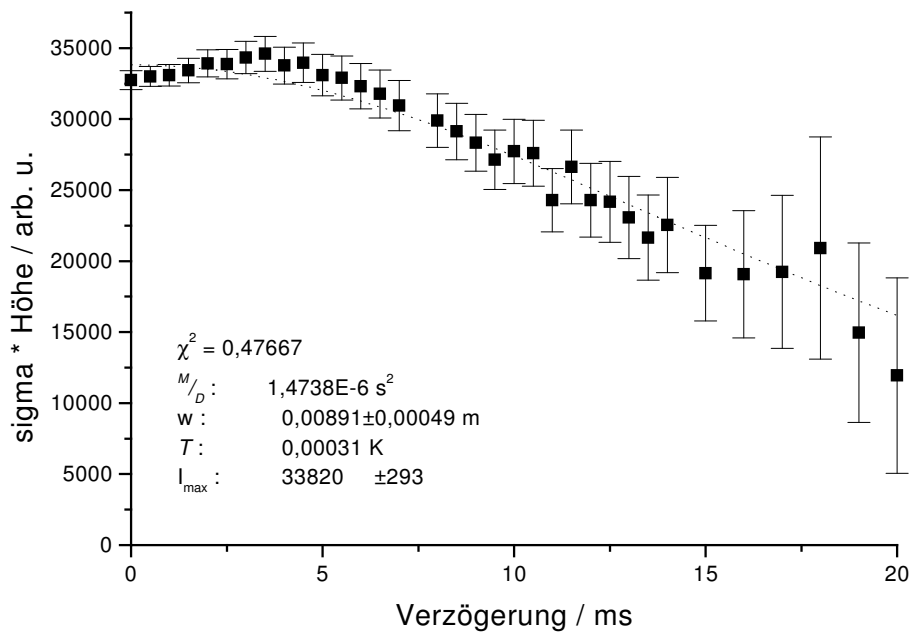


Abbildung 4.9: Intensität $((\sigma) \times (h))$ der Atomwolke bei der Expansion. Der Anstieg der Intensität für Verzögerungszeiten $< 5 \text{ ms}$ kann mit dem in dieser Arbeit entwickelten Modell nicht erklärt werden.

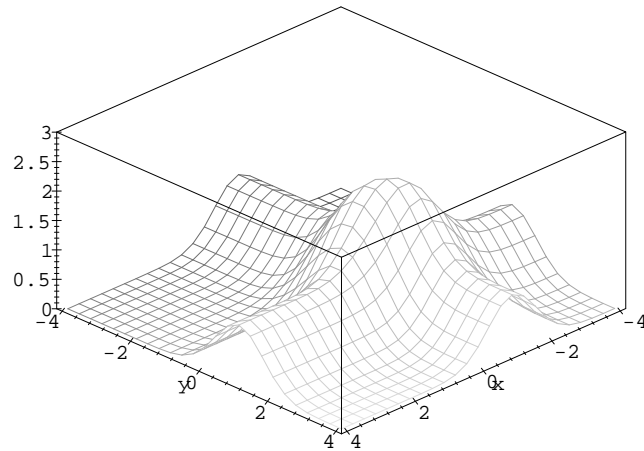
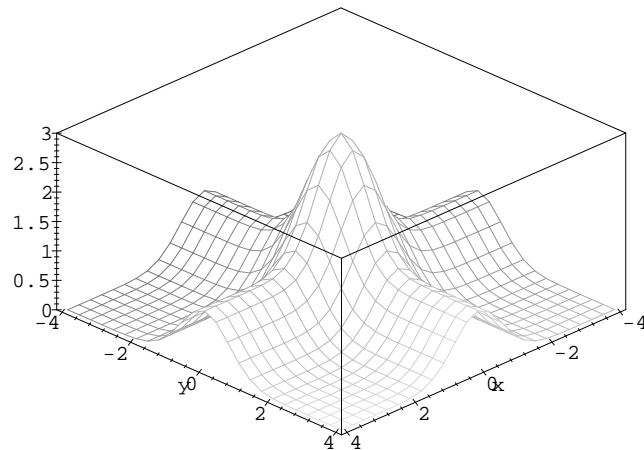


Abbildung 4.10: Schnitt senkrecht zu einer Strahlachse durch das Intensitätsprofil am Ort der Falle, oben ist die Intensität für den Fall dreier sich ideal treffender orthogonalen Strahlen zu sehen, unten sind die Strahlachsen um eine halbe $\frac{1}{e}$ -Breite gegeneinander versetzt. Zu erkennen ist ein wesentlich breiteres Profil im unteren Bild.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurden Messungen an Rubidium Atomen in einer magneto-optischen Falle durchgeführt. In dieser wird ^{87}Rb mit Hilfe von sechs Laserstrahlen in der $\sigma^+ - \sigma^-$ Anordnung aus dem Hintergrundgas eingefangen und gekühlt.

Die Atome in der Falle werden mit einem Photomultiplier und einer CCD-Kamera durch ihre Fluoreszenz beobachtet. Aufgrund der experimentellen Gegebenheiten der Digitalisierung des Bildes in der Kamera muß zusätzliches Hintergrundlicht erzeugt werden, um ein vollständiges Bild der Falle zu erhalten.

Es wurde die Größe der Wolke, die Anzahl und die Temperatur der Atome in der Falle bestimmt. Die Wolke eingefangener Atome enthält typischerweise $4 \cdot 10^6$ Atome und hat eine $\frac{1}{e}$ -Breite von $600\mu\text{m}$. Diese Werte sind vergleichbar mit denen, die für andere Fallen bestimmt wurden [Har95]. Zur Bestimmung der Temperatur wurde ein Modell entwickelt, bei dem der Einfluß der Gravitation und der inhomogenen Laserintensität im Fallenvolumen berücksichtigt werden. Die Temperaturmessung wurde weitgehend automatisiert. Im Normalbetrieb der Falle beträgt die Temperatur der eingefangenen Atome $310\mu\text{K}$, die tiefste gemessene Temperatur betrug $80\mu\text{K}$. Ähnliche Daten wurden über andere magneto-optische Fallen veröffentlicht [MSRW90].

Ein PC steuert während der Messung den Fallenbetrieb und nimmt die Daten auf. Das Meßprogramm wurde modular und erweiterbar angelegt, um die Charakterisierung der Falle vollständig automatisieren zu können. Für die weiteren Experimente, die an an den Atomen in der Falle durchgeführt werden sollen, kann nach den vorliegenden Erkenntnissen von definierten Anfangsbedingungen ausgegangen werden.

Anhang A

Abschalten des Magnetfeldes

Die Spulen die das magnetische Quadrupolfeld erzeugen werden im normalen Fallbetrieb von einem Strom von 9A durchflossen. Die Energie, die in dem Magnetfeld gespeichert ist, wird beim Abschalten durch eine aktive Schaltung [Har95] dissipiert. Um zu verfolgen, wie das Magnetfeld abklingt, wurde es mit einer Hallsonde in die Nähe einer der Spulen gemessen. Die Grenzfrequenz der Hallsonde beträgt 35kHz. Das hochfrequente Rauschen des in Abbildung A.1 gezeigten Signals ist also keine Fluktuation des Magnetfeldes.

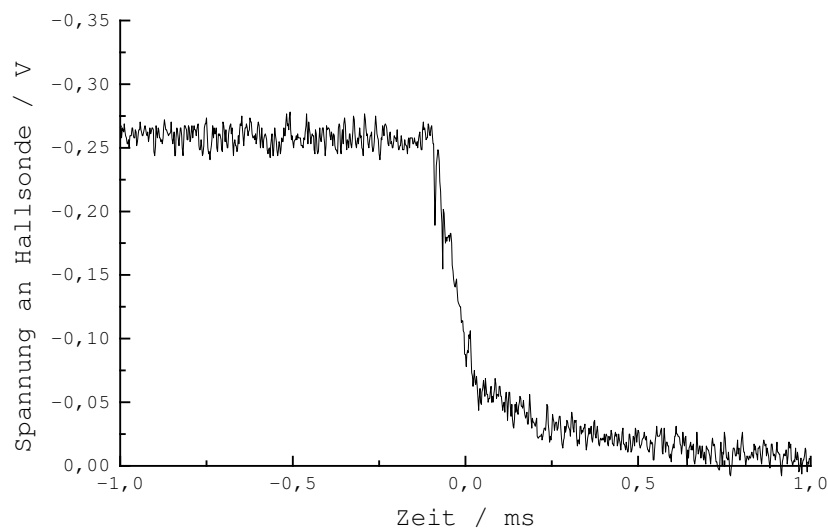


Abbildung A.1: *Spannung an der Hallsonde in der Nähe einer der Spulen. In 130 μ s klingt das Magnetfeld auf 20% seines ursprünglichen Wertes ab.*

Anhang B

Berechnung der Grenzgeschwindigkeit

Hier ist das MAPLE Worksheet, mit dem die Grenzgeschwindigkeit aus Gl.(2.73) bestimmt wurde. Da I und D in Maple reservierte Variablen sind, ist hier

$$\begin{aligned} I &\rightarrow P \\ I_0 &\rightarrow P_0 \\ D &\rightarrow \kappa \end{aligned}$$

```
> restart;
```

```
> x:=exp(-rho*t)*(alpha*sin(omega*t));
```

$$x := e^{(-\rho t)} \alpha \sin(\omega t)$$

```
> assume(rho>0);
```

```
> assume(omega>0);
```

```
> v:=diff(x,t);
```

$$v := -\rho e^{(-\rho t)} \alpha \sin(\omega t) + e^{(-\rho t)} \alpha \cos(\omega t) \omega$$

```
> t1:=solve(v=0,t);
```

$$t1 := \frac{\arctan\left(\frac{\omega}{\rho}\right)}{\omega}$$

```
> t:=t1;
```

$$t := \frac{\arctan\left(\frac{\omega}{\rho}\right)}{\omega}$$

> alpha1:=solve(x=d/2,alpha);

$$\alpha_1 := \frac{1}{2} \frac{d \sqrt{\omega^2 + \rho^2}}{e \left(-\frac{\rho \arctan(\frac{\omega}{\rho})}{\omega} \right) \omega}$$

> t:=0;

$$t := 0$$

> alpha:=alpha1;

$$\alpha := \frac{1}{2} \frac{d \sqrt{\omega^2 + \rho^2}}{e \left(-\frac{\rho \arctan(\frac{\omega}{\rho})}{\omega} \right) \omega}$$

> v;

$$\frac{1}{2} \frac{d \sqrt{\omega^2 + \rho^2}}{e \left(-\frac{\rho \arctan(\frac{\omega}{\rho})}{\omega} \right)}$$

> r:=Alpha/2/M;

$$r := \frac{1}{2} \frac{A}{M}$$

> o0:=sqrt(kappa/M);

$$o_0 := \sqrt{\frac{\kappa}{M}}$$

> o:=sqrt(o0^2-r^2);

$$o := \frac{1}{2} \sqrt{4 \frac{\kappa}{M} - \frac{A^2}{M^2}}$$

> v_G:=1/2*d*sqrt(o^2+r^2)/exp(-r*arctan(o/r)/o);

$$v_G := \frac{1}{2} \frac{d \sqrt{\frac{\kappa}{M}}}{e \left(\frac{A \arctan \left(\frac{\sqrt{4 \frac{\kappa}{M} - \frac{A^2}{M^2}} M}{A} \right)}{M \sqrt{4 \frac{\kappa}{M} - \frac{A^2}{M^2}}} \right)}$$

> vs:=simplify(v_G);

$$vs := \frac{1}{2} d \sqrt{\frac{\kappa}{M}} e^{\left(\frac{A \arctan\left(\frac{\sqrt{4\kappa M - A^2} M}{A}\right)}{M \sqrt{\frac{4\kappa M - A^2}{M^2}}}\right)}$$

> M:=1.45e-25;

$$M := .145 10^{-24}$$

> d:=0.01;

$$d := .01$$

> vs

> ;

$$.1313064329 10^{11} \sqrt{\kappa} e^{\left(\frac{.6896551724 10^{25} A \arctan(.145 10^{-24} \frac{\sqrt{.2758620689 10^{26} \kappa - .4756242568 10^{50} A^2}}{A}}{\sqrt{.2758620689 10^{26} \kappa - .4756242568 10^{50} A^2}}}\right)}$$

> Alpha:=8*g*delta*hbar*k^2*P/P0/(g^2*(1+P/P0+4*delta^2/g^2)^2);

$$A := 8 \frac{\delta hbar k^2 P}{g P0 \left(1 + \frac{P}{P0} + 4 \frac{\delta^2}{g^2}\right)^2}$$

> kappa:=8*g*delta*k*P/P0*gj*mub*Bx/(g^2*(1+P/P0+4*delta^2/g^2)^2);

$$\kappa := 8 \frac{\delta k P gj mub Bx}{g P0 \left(1 + \frac{P}{P0} + 4 \frac{\delta^2}{g^2}\right)^2}$$

> hbar:=1.06e-34;

$$hbar := .106 10^{-33}$$

> delta:=evalf(13.5e6*2*Pi);

$$\delta := .8482300166 10^8$$

> g:=evalf(6e6*2*Pi);

$$g := .3769911185 10^8$$

> mub:=9.27e-24;

$$mub := .927 10^{-23}$$

> P0:=9.1;

$$P0 := 9.1$$

> k:=8.06e6;

$$k := .806 \cdot 10^7$$

> gj:=0.5;

$$gj := .5$$

> vs;

112.8740089

$$\sqrt{\frac{P Bx}{\%1^2}} e^{\left(\frac{93937.51331 \operatorname{Parctan} \left(\frac{.00001064537441 \sqrt{2038486699 \cdot 10^{10} \frac{P Bx}{\%1^2} - .8824256408 \cdot 10^{10} \frac{P^2}{\%1^4}}}{P} \right)}{\%1^2 \sqrt{.2038486699 \cdot 10^{10} \frac{P Bx}{\%1^2} - .8824256408 \cdot 10^{10} \frac{P^2}{\%1^4}}} \right)}$$

$$\%1 := 21.25000000 + .1098901099 P$$

> Bx:=0.1;

$$Bx := .1$$

> P:=30;

$$P := 30$$

> vs;

$$28.49665169$$

> o0;

$$1592.910590$$

> r;

$$2338.535527$$

> P:='P';

$$P := P$$

> Bx:='Bx';

$$Bx := Bx$$

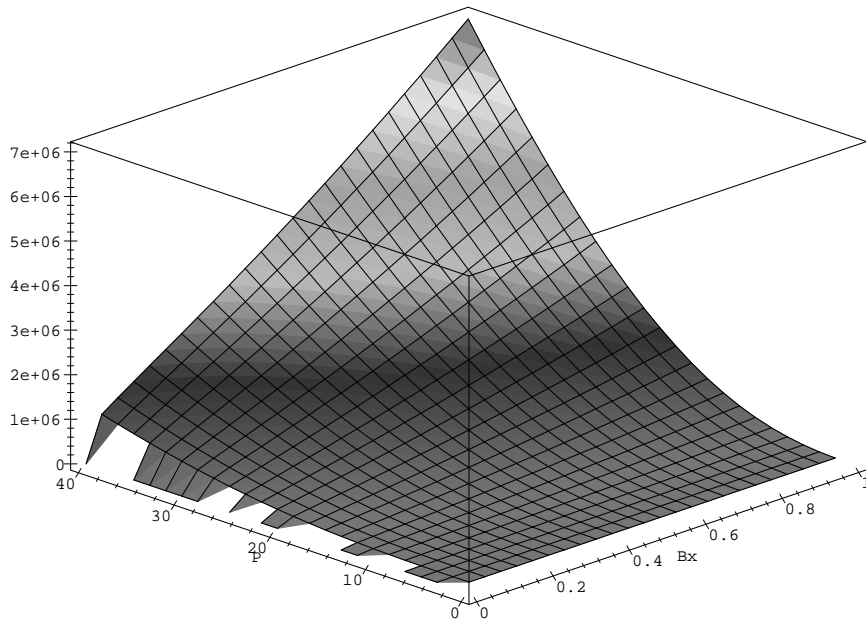


Abbildung B.1: v_G^4 ($\propto R_L$) in $(\frac{m}{s^2})^4$ gegen Magnetfeldgradient Bx in $\frac{T}{m}$ und Fal-
 lenlaserintensität P in $\frac{mW}{cm^2}$

```
> plot3d(vs^4,Bx=0..1,P=0..40,orientation=[-135
,60],axes=boxed,style=patch,
> shading=zhue);
```

Anhang C

Berechnung der Intensität und der Breite der Wolke während der Expansion

Die $\frac{1}{e}$ -Breite und die Gesamtintensität der Fluoreszenz bei der Expansion der Wolke wurde mit MAPLE [Wat] bestimmt. Mit dem folgenden Worksheet wurde dies durchgeführt.

```
> restart;  
> assume(d>0);  
> assume(kB>0);  
> assume(m>0);  
> assume(T>0);  
> assume(t>0);
```

Bestimmung der Zustandssumme Z

```
> rho[Falle]:=1/h^3*exp(-1/(kB*T)*(1/(2*m)*(px^2+py^2+pz^2)  
+d/2*(x^2+y^2+z^2)));
```

$$\rho_{Falle} := \frac{e^{\left(-\frac{1/2 \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{m} + 1/2 d (x^2 + y^2 + z^2)}{k_B T}\right)}}{h^3}$$

```
> Z:=int(int(int(int(int(int(rho[Falle], x=  
-infinity..infinity), y=-infinity..infinity),  
z=-infinity..infinity), px=-infinity..infinity),  
py=-infinity..infinity), pz=-infinity..infinity);
```

$$Z := 8 \frac{k_B^3 T^3 \pi^3 m^2}{h^3 d \sqrt{m d}}$$

Dichte-Verteilung in Impuls (px,py,pz) und Ort (x,y,z) bei freier Expansion abhängig von der Zeit unter Einfluss der Gravitation:

> rho[p,x]:=1/(h^3*Z)*exp(-1/(kB*T)*(1/(2*m)*(p x^2+py^2+pz^2)+d/2*((x-px*t/m)^2+(y-py*t/m-g/2*t^2)^2+(z-pz*t/m)^2)));

$$\rho_{p,x} := \frac{1}{8} \frac{d \sqrt{m d} e^{\left(-\frac{1/2 \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{m} + 1/2 d \left(\left(x - \frac{p_x t}{m} \right)^2 + \left(y - \frac{p_y t}{m} - 1/2 g t^2 \right)^2 + \left(z - \frac{p_z t}{m} \right)^2 \right)} \right)}{k_B^3 T^3 \pi^3 m^2}$$

3-dimensionale Gaussverteilung für die Leuchtkraft eines Atoms am Ort (x,y,z) mit Geometrieparameter w

> rho[geometrie]:=exp(-(x^2+y^2+z^2)/w^2);

$$\rho_{geometrie} := e^{\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{w^2} \right)}$$

> assume(w>0);

Dichteverteilung im Ort:

> rho[x]:=int(int(int(rho[p,x], px=-infinity..infinity), py=-infinity..infinity), pz=-infinity..infinity);

$$\rho_x := \frac{1}{4} \frac{e^{\left(-1/8 \frac{m d (g^2 t^4 - 4 y g t^2 + 4 y^2 + 4 z^2 + 4 x^2)}{k_B T (m + d t^2)} \right)} d \sqrt{m d} \sqrt{2} m}{k_B T \pi^{3/2} (m + d t^2) \sqrt{(m + d t^2) k_B T}}$$

gewichtet mit der Leuchtkraft des Ortes

> rho[L]:=rho[geometrie]*rho[x];

$$\rho_L := \frac{1}{4} \frac{e^{\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{w^2} \right)} e^{\left(-1/8 \frac{m d (g^2 t^4 - 4 y g t^2 + 4 y^2 + 4 z^2 + 4 x^2)}{k_B T (m + d t^2)} \right)} d \sqrt{m d} \sqrt{2} m}{k_B T \pi^{3/2} (m + d t^2) \sqrt{(m + d t^2) k_B T}}$$

Das Bild auf der Kamera (in z- Richtung):

> rho[Kamera]:=int(rho[L], z=-infinity..infinity);

$$\rho_{Kamera} := \frac{1}{2} e^{\left(-1/8 \frac{8 x^2 k_B T m + 8 x^2 k_B T d t^2 + 8 y^2 k_B T m + 8 y^2 k_B T d t^2 + m d g^2 t^4 w^2 - 4 m d y g t^2 w^2 + 4 d y^2 m w^2 + 4 m d x^2 w^2}{w^2 (m + d t^2) k_B T} \right)} d \sqrt{m d} m w / \left(\pi (m + d t^2) k_B T \sqrt{2 T k_B m + 2 T k_B d t^2 + m d w^2} \right)$$

Bildung der Projektion:

> rho[projektion]:=int(rho[Kamera],y=-infinity..infinity);

$$\rho_{projektion} := \frac{1}{2} e^{(-1/4(8x^2 kB^2 T^2 m^2 + 16x^2 kB^2 T^2 m dt^2 + 8x^2 kB T m^2 dw^2 + 8x^2 kB^2 T^2 d^2 t^4 + 8x^2 kB T d^2 t^2 m w^2 + m^2 dg^2 t^4 w^2 T kB + m d^2 g^2 t^6 w^2 T kB + 2m^2 d^2 x^2 w^4) / (T kB (2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2))} d \sqrt{m d} m w^2 \sqrt{2} / (\sqrt{\pi} \sqrt{1} \sqrt{1} (m + dt^2) kB T)$$

$$\%1 := 2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2$$

> sr:=simplify(rho[projektion]);

$$sr := \frac{1}{2} e^{(-1/4(8x^2 kB^2 T^2 m^2 + 16x^2 kB^2 T^2 m dt^2 + 8x^2 kB T m^2 dw^2 + 8x^2 kB^2 T^2 d^2 t^4 + 8x^2 kB T d^2 t^2 m w^2 + m^2 dg^2 t^4 w^2 T kB + m d^2 g^2 t^6 w^2 T kB + 2m^2 d^2 x^2 w^4) / (T kB (2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2))} d^{3/2} m^{3/2} w^2 \sqrt{2} / (\sqrt{\pi} (2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2) \sqrt{m + dt^2} \sqrt{T} \sqrt{kB})$$

der Abfall der Höhe aufgrund der Gravitation

> exp(simplify(op(2,collect(-op(1,op(2,sr)),x))));

$$e^{(1/4 \frac{m dg^2 t^4}{2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2})}$$

Die halbe 1/e Breite:

> sigma[w]:=1/sqrt(op(1,collect(-op(1,op(2,sr)),x))/x^2);

$$\sigma_w := 2w / ((8 kB^2 T^2 m^2 + 8 kB^2 T^2 d^2 t^4 + 8 kB T d^2 t^2 m w^2 + 16 kB^2 T^2 m dt^2 + 8 kB T m^2 dw^2 + 2m^2 d^2 w^4) / (T kB (2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2)) \cdot (m + dt^2))^{1/2}$$

> simplify(sigma[w]);

$$\frac{w \sqrt{2} \sqrt{kB} \sqrt{T} \sqrt{m + dt^2}}{\sqrt{2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2}}$$

Aufintegriert ergibt dies die Gesamtintensität

> Intensity:=int(rho[projektion],x=-infinity..infinity);

$$Intensity := \frac{e^{(-1/4 \frac{m dg^2 t^4}{2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2})} d \sqrt{m d} m w^3}{(2T kB m + 2T kB dt^2 + m dw^2)^{3/2}}$$

> simplify(Intensity);

$$\frac{e^{(-1/4 \frac{m d g^2 t^4}{2 T k B m + 2 T k B d t^2 + m d w^2})} d^{3/2} m^{3/2} w^3}{(2 T k B m + 2 T k B d t^2 + m d w^2)^{3/2}}$$

Anhang D

Kurzanleitung für das Meßprogramm

Das Meßprogramm 'THERMO' dient der Messung der Temperatur der Falle nach der Blitzlichtmethode. Es bestimmt also aus der Ausdehnung der Falle nach verschiedenen Abschaltzeiten die Temperatur.

Das Meßprogramm steuert einen Delay-Generator über den IEEE-488 Bus, dieser wiederum steuert den EOM, die Magnetfeldabschaltung und die CCD-Kamera. Die Kamera wird über die parallele Schnittstelle ausgelesen. Das Programm ist in C++ geschrieben, so daß die einzelnen Module leicht für andere Programme verwendet werden können.

Hauptmenü Von hier aus können alle wesentlichen Funktionen einzeln aufgerufen werden:

read from camera: Ein Bild wird von der Kamera eingelesen. Die Zeilen- und Spaltensummen werden errechnet und im Speicher gehalten. Zudem wird der zu jeder Zeile und Spalte gehörende statistische Fehler bestimmt.

save to file: Die Zeilen- und Spaltensummen werden im ASCII Format unter dem angegebenen Namen abgespeichert. Die Fehler werden unter dem gleichen Namen mit vorgesetztem 'E' abgespeichert.

read from file: Der zu *save to file* inverse Prozess: Die Zeilen- und Spaltensummen werden mit ihren Fehlern aus den entsprechenden Dateien geladen.

display: Die Zeilen- und Spaltensummen werden auf dem Bildschirm graphisch dargestellt, die Zeilensummen in gelb, die Spaltensummen in weiß.

display centered: dito, nur hierbei werden die Maxima der Verteilungen in die Bildschirmmitte gerückt. Dies ermöglicht einen einfacheren Vergleich der horizontalen und vertikalen Ausdehnung.

FWHM x: Ein Gaußprofil wird an die Spaltensumme angepaßt. Die $1/e$ Halbbreite in Pixel wird ausgegeben, zusammen mit einem Bild der Spaltensumme und des angepaßten Gaußprofils (in rot). Unter dem Menüpunkt *set fit window* kann der Bereich angegeben werden, der für die Anpassung relevant ist.

FWHM y: dito, aber mit der Zeilensumme.

set fit window: Der für die Anpassung der Gaußfunktion relevante Bereich kann mit Hilfe der Pfeil-Tasten eingestellt werden. hierbei ist der relevante Bereich weiß, der nicht berücksichtigte Bereich grün dargestellt. Der linke Rand läßt sich mit [←] und [→] verschieben, der rechte mit [STRG]+[←] und [STRG]+[→]. Der so angegebene Bereich ist für alle Profile gültig, bis er wieder geändert wird. Er wird nicht mit den einzelnen Spalten- und Zeilensummen abgespeichert.

EXIT: Beendet das Programm

Untermenü *Temperature*

initialize: In einer Dialogbox wird nach dem Namen des Verzeichnisses gefragt, in dem die aktuellen Daten gespeichert werden sollen. Wenn dieses noch nicht existiert, wird es angelegt. Der Delay-Generator wird initialisiert.

set delay: Die Expansionszeit, nach der das Bild der Wolke aufgenommen werden soll, wird auf den Wert gesetzt, der vom Benutzer in einer Dialogbox eingegeben wird.

get data set: Eine Reihe von Bildern zu verschiedenen Expansionszeiten wird automatisch aufgenommen. Der Benutzer gibt den Namen des Verzeichnisses an, in dem die Daten abgespeichert werden sollen. Es wird weiter die Eingabe des Start- und Endwertes für die Expansionszeiten verlangt, sowie die Schrittweite. Die Eingaben sind in ms. Weiterhin kann angegeben werden, wie oft diese Meßreihe wiederholt werden soll. Für jede Expansionszeit wird die Falle 20s lang geladen, das Fallenmagnetfeld und der Fallenlaser abgeschaltet. Nach der Expansionszeit wird der Fallenlaser wieder eingeschaltet, ein Bild der Falle aufgenommen und an den Computer übertragen. Die Spaltensummen werden in einer Datei in dem oben angegebenen Verzeichnis abgespeichert.

evaluate data set: Der Benutzer wird nach dem Verzeichnis gefragt, in dem sich der auszuwertende Datensatz befindet. Typischerweise ist dies das Verzeichnis, das auch bei **get data set** angegeben wurde. An jede Projektion, die in diesem Verzeichnis abgespeichert wurde, wird eine Gaußfunktion

gemäß (4.7) angepaßt. Die ermittelten Parameter werden mit ihren Varianzen in einem File abgelegt. Dieses trägt den Namen `a_sigma`. Diese Datei kann in Origin eingelesen und dort weiter ausgewertet werden. Die automatische Ermittlung der Temperatur aus diesen Daten ist noch nicht implementiert.

Anhang E

Häufig Benötigte Zahlen

Plancksche Konstante: $\hbar = 1.06 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ [CDL77]

Boltzmann Konstante: $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ [CDL77]

Bohrsches Magneton: $\mu_B = 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$ [CDL77]

Masse des Rubidium: $m_{87\text{Rb}} = 1.45 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$

Fallen-Übergang: $^2\text{S}_{1/2} \rightarrow ^2\text{P}_{3/2}$ [Har95]

$$\lambda = 780\text{nm}$$

$$k = 8.06 \cdot 10^6 \text{m}^{-1}$$

$$\omega = 2.42 \cdot 10^{15} \text{s}^{-1}$$

Doppler-Temperatur: $T = 144\mu\text{K}$

Doppler-Geschwindigkeit: $v = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Landé-g-Faktoren: für ^{87}Rb

$$g_F(^2\text{S}_{1/2}, F=2) = 1/2$$

$$g_F(^2\text{P}_{3/2}, F=3) = 1/2$$

Zeeman Effekt: $\Delta E = m_F g_F \mu_B B$ führt zu Absenkung der Energie für

$m_F = 2$ bzw -2 um $\Delta E = 9.27 \cdot 10^{-28} \text{ J}$ bei einem Magnetfeld von 1 Gauß.
Dies entspricht einer Geschwindigkeit von $11.3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, einer Frequenz von 8.75 MHz.

Größeneichung: 1 Pixel $\hat{=}$ $19 \mu\text{m}$

typische FWHM: 0.5 mm

typische Atomzahl (volle Leistung): $4 \cdot 10^6$

Sättigungsintensität: $I_0 = 9.1 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$ [DWTG92]

Danksagung

Herrn Professor Helm gilt mein besonderer Dank für die Überlassung des Themas und die gute Betreuung der Arbeit. Steffen Wolf danke ich für die ständige Betreuung, die vielen hilfreichen Diskussionen und die Unterstützung in allen Belangen sowie die Bereitstellung der Apparatur.

Mein Dank für das Gelingen der Arbeit gilt ferner Hans-Peter Anderer vom Fraunhofer Institut für physikalische Meßtechnik für das Schneiden der Glasfaser; Andreas Guertler und Thomas Eckert für die Unterstützung bei Problemen mit dem Computer und ihre ständige Diskussionsbereitschaft; dem Institut für Informatik für die Benutzung eines lauffähigen TeX-Systems; Uli Person und Isabella Siegel für ihre Hilfe bei technischen Fragen; Ulrich Müller für die Unterstützung bei der Auswertung; Wolfgang Kamke für wertvolle Diskussionen und Hilfe bei der Datenauswertung; Lars Præstegaard für die gute Zusammenarbeit im Labor; der Abteilung von Professor Helm für die angenehme Arbeitsatmosphäre.

Den Werkstätten der Fakultät für Physik danke ich für ihre ausgezeichnete Arbeit, meinem Bruder Dirk für das Zeichnen der Bilder, Bernhard Blug für das Korrekturlesen.

Last but not least bin ich meinen Eltern, die mir das Studium ermöglichten, zu Dank verpflichtet.

Literaturverzeichnis

- [BS91] I.N. Bronstein and K.A. Semendjajew. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 25. Auflage, 1991.
- [CDL77] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, and Frank Laloë. *Quantum Mechanics*, volume 1. Wiley-Interscience, 1977.
- [CHB⁺85] Steven Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, Alex Cable, and A. Ashkin. Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Letters*, 55:48, 1985.
- [Chu] Joseph L. Chuma. PHYSICA 1.63. ©1992, 1993, 1994, 1995 Joseph L. Chuma.
- [Coh92] C. Cohen-Tannoudji. Atomic motion in laser light. In J. Dalibard, J.M. Raimond, and J. Zinn-Justin, editors, *fundamental systems in quantum optics, les Houches 1990, Session LIII*. North-Holland, 1992.
- [DC89] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6:2023, 1989.
- [DWTG92] Timothy P. Dinneen, Cristopher D. Wallace, Kit-Yan N. Tan, and Phillip L. Gould. Use of trapped atoms to measure absolute photoionization cross sections. *Opt. Letters*, 17:1706, 1992.
- [Elb94] Michael Elbs. Realisierung einer magnetooptischen Falle. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 1994.
- [Gué88] Tony Guénault. *Statistical Physics*. Routledge, 1988.
- [Har95] Alexander Hardell. Laserkühlung von Atomen auf Temperaturen unter 10 μ K. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 1995.
- [HR93] Josef Honerkamp and Hartmann Römer. *Klassische Theoretische Physik*. Springer Verlag, dritte Auflage, 1993.

- [HS75] T.W. Hänsch and A. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Opt. Commun.*, 13:68, 1975.
- [Ish94] Chris Isham. Quantum theory. Lecture Notes, Imperial College, London, 1994.
- [KWR96] Stefan Kunze, Steffen Wolf, and Gerhard Rempe. Measurement of fast frequency fluctuations: Allan variance of a grating stabilized diode-laser. *Opt. Commun.*, 128:269, 1996.
- [LL66] L. Landau and E. M. Lifschitz. *Lehrbuch der Theoretischen Physik; Statistische Physik*. Akademie-Verlag, Berlin, 1966.
- [LWW⁺88] Paul D. Lett, Richard N. Watts, Christoph I. Westbrook, William D. Phillips, Phillip L. Gould, and Harold J. Metcalf. observation of atoms laser cooled below the Doppler limit. *Phys. Rev. Letters*, 61:196, 1988.
- [Mic] Microcal Software, Inc. Origin 3.5. ©1991-1996 Microcal Software Inc.
- [MSRW90] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman. very cold atoms in a vapor cell. *Phys. Rev. Letters*, 65:1571, 1990.
- [Phi92] W. D. Phillips. Laser cooling, optical traps and optical molasses. In J. Dalibard, J.M. Raimond, and J. Zinn-Justin, editors, *fundamental systems in quantum optics, les Houches 1990, Session LIII*. North-Holland, 1992.
- [PTVF92] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 2. Auflage, 1992.
- [RPC⁺87] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Letters*, 59, 1987.
- [SE95] K. Sengstock and W. Ertmer. Laser manipulation of atoms. In *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, volume 35. Academic Press, 1995.
- [Spr96] Stefan Sprengel. Frequenzstabilisierung eines Diodenlasers zur Laserkühlung von Rubidium-Atomen. Diplomarbeit, Universität Freiburg, 1996.
- [Sva92] S. Svanberg. *Atomic and Molecular Spectroscopy*. Springer, 2. Auflage, 1992.

- [Vis] Visual Numerics, Inc. PV-WAVE 6.01. ©1995 Visual Numerics, Inc.
- [vK92] N. G. van Kampen. *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*. North-Holland, 2. Auflage, 1992.
- [Wat] Waterloo Maple, Inc. Maple v release 4. ©1981-1995 Waterloo Maple, Inc.
- [WDT⁺92] Christopher D. Wallace, Timothy P. Dinneen, Kit-Yan N. Tan, Timothy T. Grove, and Philip L. Gould. Isotopic difference in trap loss collisions of laser cooled rubidium atoms. *Phys. Rev. Letters*, 69:897, 1992.
- [WF94] Thad Walker and Paul Feng. Measurements of collisions between laser-cooled atoms. In *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, volume 34. Academic Press, 1994.
- [WI79] D. Wineland and F. Itano. Laser cooling of atoms. *Phys. Rev. A*, 20:1521, 1979.
- [Wol] Steffen Wolf. Dissertation. in Vorbereitung.
- [Wol95] Steffen Wolf. Entwicklung und Charakterisierung eines gitterstabilisierten Diodenlasers. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 1995.
- [WSW90] T. Walker, D. Sesko, and C. Wieman. Collective behavior of optically trapped neutral atoms. *Phys. Rev. Letters*, 64:408, 1990.

Hiermit erkläre ich, daß ich die vorliegende Arbeit eigenhändig verfaßt und nur die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Freiburg, den 31.08.1997