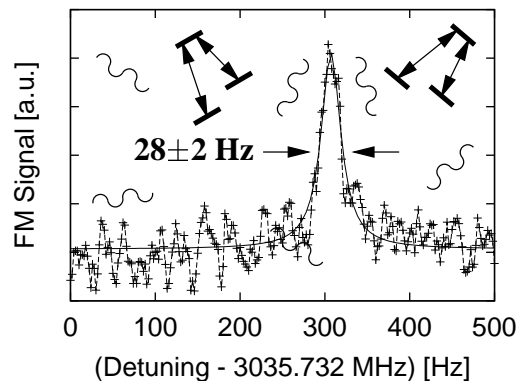


# Theoretische Modellierung und experimentelle Realisierung von kohärenten Dunkelzuständen in Puffergasen



## Diplomarbeit

vorgelegt von

Michael Erhard

Abteilung Prof. H. Helm

Fakultät für Physik

ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT

Freiburg im Breisgau

1. August 2000<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Fehlerkorrigierte Version vom 15. November 2000



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Zeitskalen</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Dunkelresonanzen am ruhenden <math>\Lambda</math>-System</b>	<b>5</b>
3.1	Dunkelresonanzen als gefangene Zustände . . . . .	5
3.2	$\Lambda$ -System mit Dissipation . . . . .	7
3.3	Lineare Suszeptibilitäten . . . . .	9
3.4	Abhängigkeit der Dunkelresonanzbreite . . . . .	9
3.5	Einfluss von Verlustkanälen . . . . .	11
3.6	Einfluss von Laserfluktuationen . . . . .	12
3.7	Stoßverschiebung und -verbreiterung . . . . .	14
3.8	Relaxationsmechanismen im Puffergas . . . . .	16
3.8.1	Diffusion aus dem Strahl . . . . .	16
3.8.2	Spinrandomisierung . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Dopplereffekte am <math>\Lambda</math>-System</b>	<b>18</b>
4.1	Dopplereffekte des kollinear angeregten $\Lambda$ -Systems . . . . .	18
4.2	Dunkelresonanzen bei großen optischen Verstimmungen . . . . .	20
4.3	Nahezu kollinear angeregtes $\Lambda$ -System . . . . .	22
4.4	Dunkelresonanz-Aufspaltung . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Der Einfluss von Puffergasstößen</b>	<b>26</b>
5.1	Betrachtetes 4-Niveau-Modell-System . . . . .	26
5.2	Bewegungsgleichungen für Geschwindigkeitsklassen . . . . .	29
5.3	Numerische Ergebnisse . . . . .	30
5.3.1	Absorption des durchgestimmten Lasers . . . . .	30
5.3.2	Absorption des fixierten Lasers . . . . .	34
5.3.3	Refraktion des durchgestimmten Lasers . . . . .	37
5.4	Fluktuationen als Geschwindigkeitsänderungen . . . . .	39
<b>6</b>	<b>Experimentelle Realisierung</b>	<b>41</b>
6.1	Versuchsaufbau . . . . .	41
6.2	Frequenzmodulationsspektroskopie und deren Spektren . . . . .	42

6.3	Präzisionsmessung einer Dunkelresonanz . . . . .	43
6.4	Position der Dunkelresonanzen . . . . .	45
6.5	Intensitätsabhängigkeit der Breite und Höhe . . . . .	45
6.6	Position und Kontrast bei Laserverstimmung . . . . .	47
6.7	Dunkelresonanzen als Magnetfeldsensor . . . . .	48
6.8	Relaxationsmodell für Puffergaszellen . . . . .	49
6.9	Abschätzung der VCCPC-Stoßrate . . . . .	49
6.10	Relaxationsmessung durch optisches Pumpen . . . . .	50
6.10.1	Messverfahren der Hyperfeinstrukturrelaxation . . . . .	50
6.10.2	Messergebnisse für die Hyperfeinstrukturrelaxationsraten . . . . .	50
<b>7</b>	<b>Weiterführende Fragestellungen und Ausblick</b>	<b>53</b>
7.1	Vierwellenmischung bei der FM-Spektroskopie . . . . .	53
7.2	Langsames Licht an Dunkelresonanzen . . . . .	54
7.3	Relativistische Effekte und Dipolfallen . . . . .	55
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>56</b>
<b>A</b>	<b>Der Dipolübergang im Laserfeld</b>	<b>57</b>
A.1	Modell und Grundgleichungen . . . . .	57
A.2	Bewegungsgleichungen . . . . .	58
A.3	Lineare Suszeptibilität . . . . .	59
A.4	Beispiel Zweiniveausystem . . . . .	60
A.5	Intensitätsabhängigkeit der Rabi-Frequenz . . . . .	61
<b>B</b>	<b>Näherungslösung der Dunkelresonanzbreite</b>	<b>62</b>
<b>C</b>	<b>Numerische Lösung</b>	<b>64</b>
<b>D</b>	<b>Strahldurchmesser und -intensität der verwendeten Laserstrahlen</b>	<b>66</b>
<b>E</b>	<b>Atomare Daten von Rubidium</b>	<b>68</b>
E.1	Niveauschemata . . . . .	68
E.2	Tabellarische Daten . . . . .	69
E.3	Dampfdruckkurve . . . . .	70

# Kapitel 1

## Einleitung

Die rasante Entwicklung schmalbandiger und präzise abstimmbarer Laser hat viele quantenoptische Interferenz- und Kohärenzphänomene der experimentellen Laserspektroskopie zugänglich gemacht. Neben reiner Grundlagenforschung finden diese Effekte bereits in der Subrückstoß-Laserkühlung, der Präzisionsmessung von Magnetfeldern [40] und Gravitationsfeldern [30] sowie als Frequenznormal ihre Anwendung. Für zukünftige Entwicklungen wie Quantencomputer oder Laser im fernen UV bis Röntgenbereich erhofft man sich hieraus Impulse. Aus diesem Grund haben quantenoptische Interferenz- und Kohärenzphänomene ein reges Interesse auf diesem Gebiet sowohl im experimentellen als auch theoretischen Bereich ausgelöst.

Das einfachste quantenoptische System, das diese Phänomene zeigt, ist ein Dreiniveau- $\Lambda$ -System, d.h. 2 Grundzustände, die jeweils über einen Dipolübergang mit einem angeregten Niveau verbunden sind. Wird einer der beiden Übergänge durch ein starkes Laserfeld angeregt, so zeigt dieses neue Medium aus Laserlicht und  $\Lambda$ -System, von M.O. Scully auch “Phaesonium” [35] getauft, für einen zweiten schwachen Probe-Laser auf dem anderen Übergang interessante Eigenschaften. Durch Quanteninterferenz verschwindet bei Resonanz die Absorption — “Electromagnetically induced transparency” (EIT) — bei gleichzeitig großer Steigung im Brechungsindex (Refraktion). In derartigen Medien wurden Gruppengeschwindigkeiten für Laserpulse mit weniger als 17 m/s in Bose-Einstein-Kondensaten [20] beobachtet. Dieses Medium zeigt zudem Verstärkung ohne Inversion “Lasing without Inversion” (LWI), was auch experimentell demonstriert wurde [41], [29]. Haben beide Laser vergleichbare Intensitäten bzw. Rabi-Frequenzen, so betrachtet man das  $\Lambda$ -Schema und die beiden Laser als ein System. Im Resonanzfall geht das  $\Lambda$ -System durch spontane Emission in eine kohärente Grundzustandssuperposition über, die von den Lasern entkoppelt und damit als “gefangener Zustand” und der Prozess als “coherent population trapping” (CPT) bezeichnet wird. Da diese Zustände nicht mehr zur Fluoreszenz beitragen, werden sie auch als “kohärente Dunkelzustände”, “Dunkelresonanzen” (DR) oder “dark states” bezeichnet.

Die Ausprägtheit und Bedeutsamkeit dieser Effekte hängt von der effektiven Lebensdauer der Grundzustandskohärenz und damit von der Breite dieser DR ab, die wiederum von Laserintensität, Grundzustandsrelaxationsrate und der relativen Phasenstabilität der Laserfelder [1] bestimmt wird. Neben Messungen an gekühlten Atomen oder Ionen sind in den letzten Jahren sehr erfolgreich Experimente in Spektroskopiezellen mit Puffergas durchgeführt worden und DRen

mit Breiten unter  $2\pi \cdot 50$  Hz [4] sowie Gruppengeschwindigkeiten für Laserpulse von weniger als 90 m/s [21] bei 360 K beobachtet worden. Alkaliatome können mehrere Millionen Stöße mit einem Edelgas als Puffergas ohne Kohärenzverlust durchführen [19]. Ihre diffusive Bewegung im Puffergas ermöglicht eine lange Beobachtungszeit. Dabei werden die Grundzustandsrelaxationsraten auf wenige Hz reduziert. In Experimenten mit beschichteten Zellwänden wurden sogar Relaxationsraten von etwa  $2\pi \cdot 1$  Hz erreicht [7], [6]. Die hohe geforderte Phasenstabilität kann durch optisch nachlaufsynchronisierte Diodenlaser [32] und Verwendung eines kolinearen Experimentaufbaus, sodass der Dopplereffekt effektiv nur auf der Grundzustandsaufspaltung zum Tragen kommt, erfüllt werden.

Die Puffergasstöße bewirken neben der fantastischen Reduktion der Relaxationsraten weitere Effekte, die in dieser Arbeit sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht werden.

Meine modellierenden Rechnungen tragen nicht nur dem Dopplereffekt durch Berücksichtigung verschiedener Geschwindigkeitsklassen entsprechend der Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung Rechnung, sondern beinhalten auch die Puffergasstöße als Raten zwischen diesen Geschwindigkeitsklassen. Anhand der numerischen Lösung werden erstmals systematisch die auftretenden Effekte studiert. Dabei ist zu erkennen, dass DREN eine Art von Dicke-Narrowing [12] erfahren, sowie eine Linienverschiebung der DR zur Linie, die für Atome der mittleren Geschwindigkeit erwartet wird, stattfindet, was bis dato in der Literatur nicht diskutiert wird. Die Stoßdekohärenz auf den optischen Übergängen, sowie Verlustkanäle durch Verlassen der entsprechenden Geschwindigkeitsklasse und Zerfall in andere atomare Niveaus modifizieren die Intensitätsabhängigkeit der DR-Breite im Vergleich zum Modell- $\Lambda$ -System bei den üblichen Puffergasdrücken um mehr als eine Größenordnung. Mit diesem Bild gelingt es, die bislang beobachtete Diskrepanz zwischen Experimenten und dem Modell- $\Lambda$ -System [1], [27] zu klären. Diese Effekte sind im Rahmen der Diplomarbeit auch durch Experimente in einer Puffergaszelle neben Linienbreiten von unter 30 Hz demonstriert worden.

Nach einer Übersicht über die involvierten Zeitskalen beschreibt Kapitel 3 DREN für ein ruhendes  $\Lambda$ -System. Neben dem Grundsystem wird auch der Einfluss von Verlustkanälen, inkohärenten Relaxationsraten, Laserfeldfluktuationen sowie Stoßverschiebung und -verbreiterung diskutiert. Kapitel 4 stellt die Effekte vor, die an einem heißen Gasgemisch an  $\Lambda$ -Systemen entsprechend der Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung beobachtbar sind. In Kapitel 5 werden die Puffergasstöße diskutiert. Nach der Diskussion der beschreibenden Gleichungen werden numerische Ergebnisse für verschiedene Stoßraten verglichen. Abschließend wird die Analogie zwischen Laserfluktuationen und einem sehr schnellem Wechsel der Geschwindigkeitsklassen im Dicke-Limit aufgezeigt. Kapitel 6 stellt neben dem Experiment Messergebnisse zur Intensitätsabhängigkeit der Linienbreite, schmale Linien und deren Vergleich mit Relaxationsmessungen über optisches Pumpen, Position der Linien in Abhängigkeit der Verstimmung und Zeemanaufspaltung der DREN vor. Im Anhang werden die verwendeten Grundelemente für die Bewegungsgleichungen sowie Umrechnungsrelationen und atomare Größen zusammengefasst.

## Kapitel 2

# Zeitskalen

Die bei der experimentellen Realisierung von Dunkelresonanzen an Rubidium in Neon als Puffergas bei  $T = 300$  K involvierten Frequenzen erstrecken sich über einen Bereich von 13 Größenordnungen und sind in Abbildung 2.1 grafisch zusammengefasst. Nachfolgende Bemerkungen in diesem Kapitel sind nur als Überblick gedacht. Für eine detaillierte Diskussion sei auf die nachfolgenden Kapitel verwiesen.

Die höchste Frequenz stellt die optische Frequenz mit  $3.85 \cdot 10^{14}$  Hz dar. Sie bestimmt die Ausprägtheit der Dopplereffekte. Mit 6.8 GHz bzw. 3.0 GHz folgen die Grundzustandshyperfeinstrukturaufspaltungen der beiden Rubidiumisotope. Diese Frequenzen bilden die eigentlichen Vergleichsfrequenzen für die DR-Größen. Die im Experiment verwendeten Laser haben einen Frequenzabstand in diesem Bereich, der über eine optische Nachlaufsynchronisation mit höchster Präzision, d.h. "Phasenfehler" im Bereich von wenigen Hz, zur Verfügung gestellt werden muss.

Durch die Zugabe eines Puffergases, das eine diffusive aber Kohärenz-erhaltende Bewegung der Rubidiumatome bewirkt, wird die Grundzustandsrelaxation durch Diffusion aus dem Beobachtungsbereich heraus, die den dominierenden Relaxationsprozess darstellt, bis auf wenige 10 Hz gesenkt.

Im reinen Dopplerfall ist eine DR-Dopplerverbreiterung, eine DR-Aufspaltung in zwei Anteile aufgrund zwei beteiligter angeregter Hyperfeinstrukturniveaus sowie eine Dopplerverschiebung zu erwarten. Diese Effekte sind jedoch weit größer als die beobachteten Linienbreiten und müßten, falls sie vorhanden wären, beobachtbar sein.

Durch die hohe Stoßrate (VCCPC-Rate) mit dem Puffergas, mit der die Rubidiumatome ihre Geschwindigkeit wechseln, werden die Dopplereffekte modifiziert und es kommt zur Beobachtung von Linienbreiten, die im wesentlichen durch die Diffusionszeit bestimmt sind. Bemerkenswert ist, dass einige Größenordnungen zwischen der gemessenen DR-Breite und der Stoßverschiebung der DR bzw. Stoßverbreiterung der optischen Übergänge liegen. Hierfür sind hochkorrelierte Effekte beim Stoß verantwortlich.

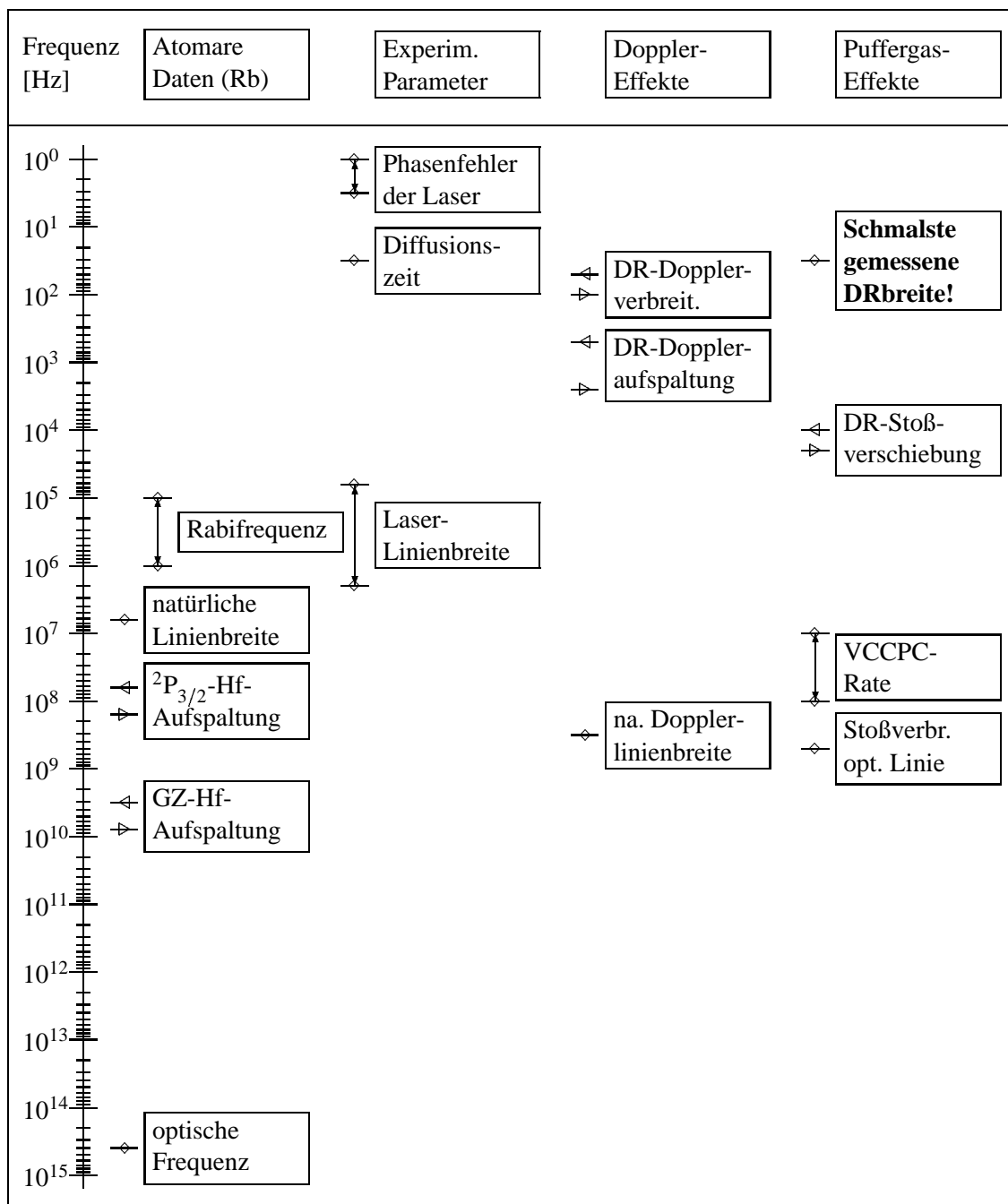


Abbildung 2.1: Überblick über die Zeitskalen für Dunkelresonanzen an  $^{85}\text{Rb}$  ( $\triangleleft$ ) und  $^{87}\text{Rb}$  ( $\triangleright$ ) in Neon als Puffergas bei einem Druck von  $p = 6500\text{ Pa}$  und einer Temperatur  $T = 300\text{ K}$ . Für beide Isotope gleiche Größen sind mit ( $\diamond$ ) gekennzeichnet.



## Kapitel 3

# Dunkelresonanzen am ruhenden $\Lambda$ -System

Dunkelresonanzen (DRen) werden an quantenoptischen  $\Lambda$ -Systemen, die von 2 Lasern getrieben werden, beobachtet. Durch spontane Emission bildet sich in Anwesenheit der beiden kohärenten und kontinuierlichen Laserfelder eine Grundzustandssuperposition aus, die von den Laserfeldern entkoppelt, nicht mehr zur Fluoreszenz beiträgt und damit “dunkel” erscheint. Die Breite der DR wird durch die Grundzustandsrelaxation, die treibende Laserintensität sowie die Phasenkorrelation der Laser bestimmt.

Zunächst werden für das  $\Lambda$ -System die Dichtematrix-Bewegungsgleichungen aufgestellt und für vereinfachte Annahmen die Näherungslösung diskutiert. Hierbei werden Breite und Kontrast der DR in Abhängigkeit von Relaxationsraten, Laserintensität und Verstimmung angegeben. Die in realen Atomen vorliegenden Verlustkanäle und deren Einfluss auf das Erscheinungsbild der DR wird durch Einbeziehen eines vierten Niveaus in das  $\Lambda$ -System modelliert. Anschließend wird der Einfluss der Phasenstabilität und stochastischer Schwankungen der Laserfelder auf die DR-Breite sowie Stoßverschiebung und -verbreiterung diskutiert. Abschließend werden die Relaxationsmechanismen in Puffergasen zusammengefasst.

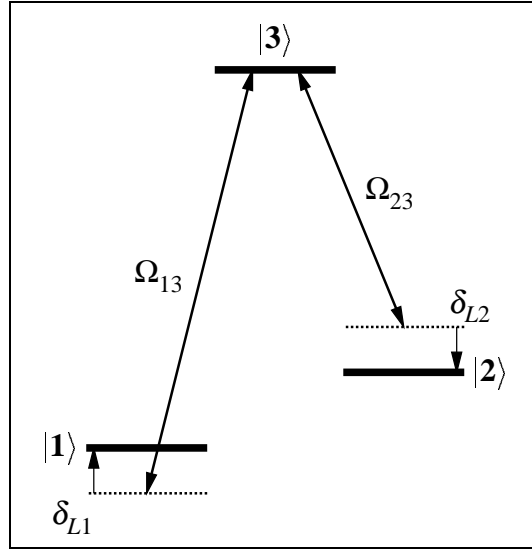
### 3.1 Dunkelresonanzen als gefangene Zustände

Einen intuitiven Einblick in die Eigenschaft von DRen erlaubt die Basis der gefangenen Zustände oder “trapped states”. Für das in Abbildung 3.1 gezeigte System lautet der Hamiltonian für klassische Laserfelder mit den Rabifrequenzen  $\Omega_{13}$  und  $\Omega_{23}$  unter Anwendung der Säkularnäherung, d.h. die jeweiligen Übergänge koppeln nur an den entsprechenden quasiresonanten Laser,

$$\hat{H} = \hat{H}_{L1} + \hat{H}_{L2} \quad (3.1)$$

$$\hat{H}_{L1} = \hbar\delta_{L1}|1\rangle\langle 1| - \frac{\hbar\Omega_{13}}{2} (|1\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|) \quad (3.2)$$

$$\hat{H}_{L2} = \hbar\delta_{L2}|2\rangle\langle 2| - \frac{\hbar\Omega_{23}}{2} (|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|) \quad (3.3)$$

Abbildung 3.1: Betrachtetes  $\Lambda$ -System.

Als Basis wurde das mit den atomaren Übergangsfrequenzen  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  und  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  rotierende System gewählt. Die Verstimmungen werden wie folgt definiert

$$\delta_{L1} = \omega_{L1} - \omega_{13} \quad (3.4)$$

$$\delta_{L2} = \omega_{L2} - \omega_{23} \quad , \quad (3.5)$$

wo  $\omega_{L1}$  und  $\omega_{L2}$  die optischen Laserfrequenzen und  $\omega_{13}$  und  $\omega_{23}$  die Frequenzen der entsprechenden Übergänge im Ruhesystem des Atoms bezeichnen. Für den Zustand

$$|NC\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{13}^2 + \Omega_{23}^2}} \left( e^{-i\delta_{L1}t} \Omega_{23} |1\rangle - e^{-i\delta_{L2}t} \Omega_{13} |2\rangle \right) \quad (3.6)$$

gilt für die Zeitentwicklung nach der Schrödingergleichung bei der Raman-Resonanzbedingung  $\delta = \delta_{L1} = \delta_{L2}$

$$\frac{d}{dt} |NC\rangle = -\frac{i}{\hbar} \hat{H} |NC\rangle = -i\delta |NC\rangle \quad . \quad (3.7)$$

Es findet keine Anregung nach Niveau **3** statt, da die Kopplungsamplituden der Grundzustände zu Niveau **3** destruktiv interferieren ( $\langle 3 | \hat{H} | NC \rangle = 0$ ). Dieser von der Laseranregung entkoppelte (“Non Coupled”) Zustand trägt nicht mehr zur Fluoreszenz bei und wird daher als Dunkelzustand oder DR bezeichnet.

Aufgrund der nichtunitären Zeitentwicklung durch optische Zerfalls- und Grundzustandsrelaxationsraten, die für das Einschwingen der DR sorgen sowie die Breite der DR bestimmen, sind für konkrete Berechnungen Dichtematrizen notwendig. Ein kohärenter Dunkelzustand wie (3.6) bedingt dort eine Grundzustandskohärenz  $\rho_{12} \neq 0$ .

### 3.2 $\Lambda$ -System mit Dissipation

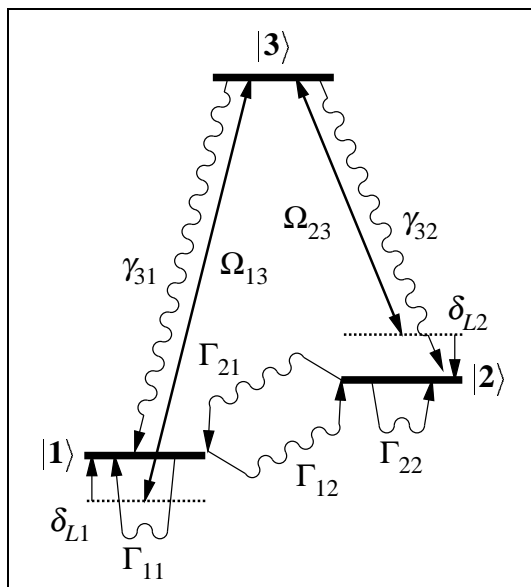


Abbildung 3.2: Betrachtetes Dreineveausystem.

Zu dem in Kapitel 3.1 diskutierten System werden die in Abbildung 3.2 eingezeichneten phänomenologischen Raten  $\gamma_{31}$  und  $\gamma_{32}$  für die spontane Emission,  $\Gamma_{12}$  und  $\Gamma_{21}$  für inkohärente Relaxationsraten zwischen den Niveaus **1** und **2**,  $\Gamma_{11}$  und  $\Gamma_{22}$  für Raten, die die Kohärenz zerstören, jedoch die Populationen jeweils erhalten, hinzugefügt. Die Dynamik der Dichtematrizen wird durch die Liouville-von-Neumann-Gleichung beschrieben

$$\dot{\rho} = \frac{1}{\hbar} [\hat{H}, \rho] - (\hat{\gamma} + \hat{\Gamma}) \cdot \rho \quad . \quad (3.8)$$

Der erste Teil beschreibt die unitäre Zeitentwicklung für die Laseranregung, der Superoperator  $\hat{\gamma} + \hat{\Gamma}$  als Abbildung im Raum der Dichtematrizen  $\rho \mapsto \rho$  den dissipativen Anteil der Zeitentwicklung. Zur weiteren Lösung bietet es sich an, die Bewegungsgleichungen in Matrixform aufzustellen

$$\dot{\vec{\rho}} = \mathcal{M} \vec{\rho} \quad , \quad (3.9)$$

wobei

$$\vec{\rho} = (\rho_{11}, \text{Re } \rho_{12}, \text{Im } \rho_{12}, \text{Re } \rho_{13}, \text{Im } \rho_{13}, \rho_{22}, \text{Re } \rho_{23}, \text{Im } \rho_{23}, \rho_{33})^T \quad (3.10)$$

und  $\mathcal{M} =$

$$\begin{pmatrix} -\Gamma_{12} & 0 & 0 & 0 & \Omega_{13} & \Gamma_{21} & 0 & 0 & \gamma_{31} \\ 0 & -D_{22} & \delta_{L1} - \delta_{L2} & 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & 0 & \frac{\Omega_{13}}{2} & 0 \\ 0 & -\delta_{L1} + \delta_{L2} & -D_{33} & -\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & 0 & \frac{\Omega_{13}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} & -D_{44} & \delta_{L1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\Omega_{13}}{2} & -\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & -\delta_{L1} & -D_{55} & 0 & 0 & 0 & \frac{\Omega_{13}}{2} \\ \Gamma_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{21} & 0 & \Omega_{23} & \gamma_{32} \\ 0 & 0 & -\frac{\Omega_{13}}{2} & 0 & 0 & 0 & -D_{77} & \delta_{L2} & 0 \\ 0 & -\frac{\Omega_{13}}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\Omega_{23}}{2} & -\delta_{L2} & -D_{88} & \frac{\Omega_{23}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_{13} & 0 & 0 & -D_{99} & -D_{99} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

mit  $D_{22} = D_{33} = (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22})/2$ ,  $D_{44} = D_{55} = (\gamma_{31} + \gamma_{32} + \Gamma_{12} + \Gamma_{11})/2$ ,  $D_{77} = D_{88} = (\gamma_{31} + \gamma_{32} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22})/2$  und  $D_{99} = \gamma_{31} + \gamma_{32}$ .

Durch die dissipative Struktur des Systems haben alle Eigenwerte bis auf den Eigenwert 0 einen negativen Realteil und somit gilt für die stationäre Lösung  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\vec{\rho}} = 0$ . Die stationäre Lösung  $\vec{\rho}^\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \vec{\rho}(t)$  ist zugleich Eigenvektor zum Eigenwert 0. Die Inversion des singulären Gleichungssystems  $\dot{\vec{\rho}} = 0$  erfolgt durch Einfügen der Normierungsbedingung  $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$  in Gleichung (3.9) anstelle einer Populationsgleichung und kann wie folgt geschrieben werden

$$\mathcal{P} \vec{\rho}^\infty = \vec{\rho} \quad (3.12)$$

mit

$$\vec{\rho} = (\rho_{11}, \text{Re} \rho_{12}, \text{Im} \rho_{12}, \text{Re} \rho_{13}, \text{Im} \rho_{13}, \rho_{22}, \text{Re} \rho_{23}, \text{Im} \rho_{23}, \rho_{33})^T \quad (3.13)$$

$$\vec{\rho} = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)^T \quad (3.14)$$

und  $\mathcal{P} =$

$$\begin{pmatrix} -\Gamma_{12} & 0 & 0 & 0 & \Omega_{13} & \Gamma_{21} & 0 & 0 & \gamma_{31} \\ 0 & -D_{22} & \delta_{L1} - \delta_{L2} & 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & 0 & \frac{\Omega_{13}}{2} & 0 \\ 0 & -\delta_{L1} + \delta_{L2} & -D_{33} & -\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & 0 & \frac{\Omega_{13}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Omega_{23}}{2} & -D_{44} & \delta_{L1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\Omega_{13}}{2} & -\frac{\Omega_{23}}{2} & 0 & -\delta_{L1} & -D_{55} & 0 & 0 & 0 & \frac{\Omega_{13}}{2} \\ \Gamma_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Gamma_{21} & 0 & \Omega_{23} & \gamma_{32} \\ 0 & 0 & -\frac{\Omega_{13}}{2} & 0 & 0 & 0 & -D_{77} & \delta_{L2} & 0 \\ 0 & -\frac{\Omega_{13}}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\Omega_{23}}{2} & -\delta_{L2} & -D_{88} & \frac{\Omega_{23}}{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (3.15)$$

Die stationäre Lösung  $\vec{\rho}^\infty$  ergibt sich durch Inversion der Matrix  $\mathcal{P}$

$$\vec{\rho}^\infty = \mathcal{P}^{-1} \vec{\rho} . \quad (3.16)$$

### 3.3 Lineare Suszeptibilitäten

Die lineare Antwort der atomaren Dipole auf die Laseranregung wird durch die linearen Suszeptibilitäten  $\chi_{L1}$  für Laser 1 und  $\chi_{L2}$  für Laser 2 angegeben (vgl. Anhang A)

$$\chi_{L1} = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\gamma_{31}}{\Omega_{13}} \rho_{13}^{\infty*} \quad (3.17)$$

$$\chi_{L2} = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\gamma_{32}}{\Omega_{23}} \rho_{23}^{\infty*} \quad (3.18)$$

In Abbildung 3.3 sind  $\chi_{L1}$  und  $\chi_{L2}$  für einen Beispielparametersatz grafisch dargestellt. Die li-

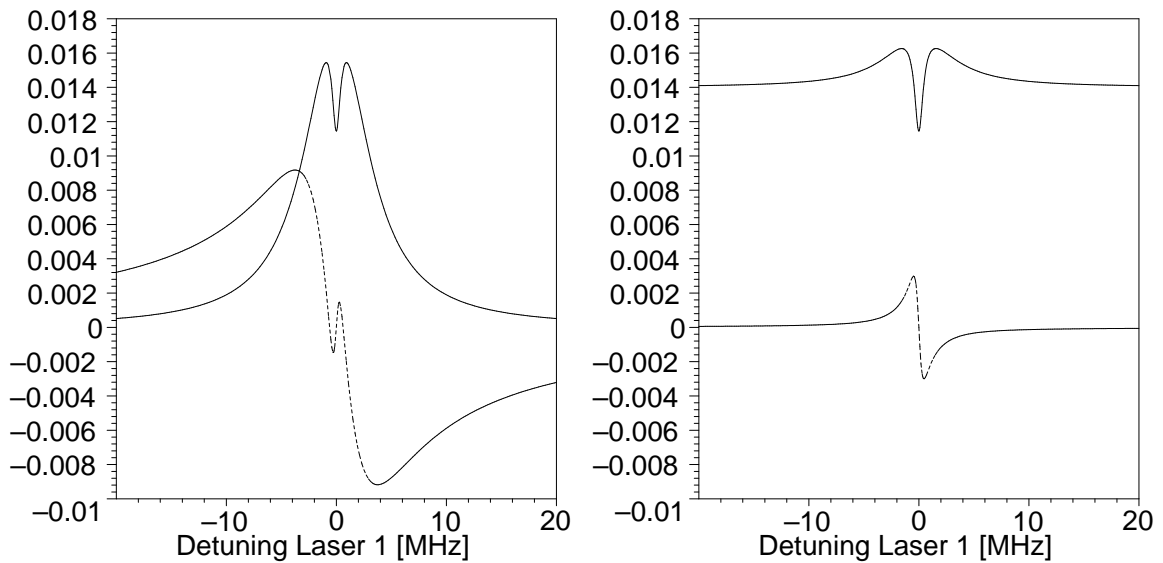


Abbildung 3.3: Lineare Suszeptibilitäten des durchgestimmten Lasers 1 (links) und des fixierten Lasers 2 (rechts) in Abhängigkeit der Verstimmung  $\delta_{L1}$ . Der Realteil (Refraktion) ist gestrichelt und der Imaginärteil (Absorption) durchgezogen gezeichnet. Parameter:  $\Gamma_{11} = \Gamma_{12} = \Gamma_{21} = \Gamma_{22} = 2\pi \cdot 0.16$  MHz,  $\gamma_{31} = \gamma_{32} = 2\pi \cdot 3$  MHz,  $\Omega_{12} = \Omega_{13} = 2\pi \cdot 0.16$  MHz und  $\delta_{L2} = 0$ .

neare Suszeptibilität entspricht für größere Verstimmungen der eines Zweiniveausystems. Bei der Resonanzbedingung  $\delta_{L1} = \delta_{L2}$  tritt die DR auf, deren Gestalt für den durchgestimmten und für den fixierten Laser deutliche Unterschiede aufweist.

### 3.4 Abhängigkeit der Dunkelresonanzbreite von Relaxation und Intensität in der Näherungslösung

Zur Vereinfachung der Rechnung werden schwache Laserfelder gleicher Intensität, d.h.  $\Omega_{13} = \Omega_{23} = \Omega$  und gleiche optische spontane Emissionsraten  $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma$ , die groß gegenüber den

Grundzustandsrelaxationsraten sind  $\gamma \gg \Gamma_{ij}$ , angenommen. Aus Symmetriegründen gilt im stationären Fall, für schwache Felder und  $|\delta_{L1} - \delta_{L2}| \ll \gamma$  näherungsweise  $\rho_{11} = \rho_{22} \approx \frac{1}{2}$  und  $\rho_{33} \approx 0$ . Mit diesen Werten für die Populationen kann Gleichungssystem (3.9) im stationären Fall wie folgt geschrieben werden

$$0 = \mathcal{M}' \vec{\rho}' + \vec{p}' \quad (3.19)$$

mit

$$\vec{\rho}' = (\text{Re } \rho_{12}, \text{Im } \rho_{12}, \text{Re } \rho_{13}, \text{Im } \rho_{13}, \text{Re } \rho_{23}, \text{Im } \rho_{23})^T \quad (3.20)$$

$$\vec{p}' = \left( 0, 0, 0, -\frac{\Omega}{4}, 0, -\frac{\Omega}{4} \right)^T \quad (3.21)$$

$$\mathcal{M}' = \begin{pmatrix} -\Gamma & \delta_{L1} - \delta_{L2} & 0 & \frac{\Omega}{2} & 0 & \frac{\Omega}{2} \\ -\delta_{L1} + \delta_{L2} & -\Gamma & -\frac{\Omega}{2} & 0 & \frac{\Omega}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\Omega}{2} & -\gamma & \delta_{L1} & 0 & 0 \\ -\frac{\Omega}{2} & 0 & -\delta_{L1} & -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\Omega}{2} & 0 & 0 & -\gamma & \delta_{L2} \\ -\frac{\Omega}{2} & 0 & 0 & 0 & -\delta_{L2} & -\gamma \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

und

$$\Gamma = \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}}{2} \quad (3.23)$$

$$\gamma = \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} \quad (3.24)$$

Für die stationäre Lösung  $\vec{\rho}'^{\infty}$  gilt dann

$$\vec{\rho}'^{\infty} = -\mathcal{M}'^{-1} \vec{p}' \quad (3.25)$$

Die Rechnung ist in Anhang B skizziert. Laser 2 hat eine feste Verstimmung  $\delta_{L2}$  und Laser 1 wird abgestimmt. Als "Detuning"  $\delta_L$  ist folgende Größe bezeichnet

$$\delta_L = \delta_{L1} - \delta_{L2} \quad (3.26)$$

Der Vergleich von  $\text{Im } \chi_{L1}$  aus Gleichung (B.15) im Bereich der DR mit einer Lorentzkurve

$$\text{Im } \chi_{L1} = \text{const.} \cdot \frac{\chi_{DR} \left( \frac{\Gamma_{DR}}{2} \right)^2}{\delta_L^2 + \left( \frac{\Gamma_{DR}}{2} \right)^2} \quad (3.27)$$

liefert für die volle Halbwertsbreite  $\Gamma_{DR}$  der DR bei kleinen Intensitäten

$$\Gamma_{DR} = 2\Gamma + \frac{\Omega^2}{\left( \gamma + \frac{\delta_{L2}^2}{\gamma} \right)} + \mathcal{O}(\Omega^4) \quad (3.28)$$

oder unter Verwendung der ursprünglichen Raten entsprechend (3.23) und (3.24)

$$\Gamma_{DR} \approx (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}) + \frac{\Omega^2}{\left(\frac{\gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} + \frac{2\delta_{L2}^2}{\gamma_{31} + \gamma_{32}}\right)} . \quad (3.29)$$

Die DR hat ihr Absorptionsminimum bei  $\delta_L = 0$ . Für die Höhe der DR  $\chi_{DR}$ , die als Amplitudenhöhe zwischen DR-Spitze und Absorptionskurve der optischen Linie des durchgestimmten Lasers 1 über Gl. (3.27) definiert ist, ergibt sich

$$\chi_{DR} = \frac{3}{32\pi^2} \frac{\Omega^2}{\Gamma\gamma} \frac{1}{\left(1 + \frac{\delta_{L2}^2}{\gamma^2}\right)^2} . \quad (3.30)$$

Für die gemessene Intensität  $H_{DR}$  der DR folgt

$$H_{DR} \propto 2\chi_{DR} \cdot I \propto I^2 . \quad (3.31)$$

Das messbare Signal verhält sich proportional zum Quadrat der Intensität. Für Verstimmungen der Laser nimmt die Höhe der DR  $\chi_{DR}$  quadratisch im Verhältnis zur einhüllenden Absorptionskurve ab, d.h. es gilt

$$\chi_{DR} \propto \left( \frac{1}{\left(\frac{\gamma_{31} + \gamma_{32}}{2}\right)^2 + \delta_{L2}^2} \right)^2 . \quad (3.32)$$

### 3.5 Einfluss von Verlustkanälen auf die Intensitätsabhängigkeit der Dunkelresonanzbreite

Das in Kapitel 3.2 betrachtete Modell wird um ein zusätzliches Niveau erweitert, in das spontane Emission aus dem angeregten Niveau stattfindet (vgl. Abb. 3.4). Die Bewegungsgleichungen erhalten folgende zusätzliche Terme. Die Kohärenzen mit Niveau **L** spielen keine Rolle, da im Rahmen der Säkularnäherung kein Laserfeld an dieses Niveau koppelt

$$\dot{\rho}_{11} += \Gamma_{L1} \rho_{LL} \quad (3.33)$$

$$\dot{\rho}_{13} += -\frac{\gamma_{3L}}{2} \rho_{13} \quad (3.34)$$

$$\dot{\rho}_{22} += \Gamma_{L2} \rho_{LL} \quad (3.35)$$

$$\dot{\rho}_{23} += -\frac{\gamma_{3L}}{2} \rho_{23} \quad (3.36)$$

$$\dot{\rho}_{33} += -\gamma_{3L} \rho_{33} \quad (3.37)$$

$$\dot{\rho}_{LL} += \gamma_{3L} \rho_{33} - (\Gamma_{L1} + \Gamma_{L2}) \rho_{LL} . \quad (3.38)$$

Für  $\Gamma$  und  $\gamma$  in Gleichungssystem (3.19) folgt daraus

$$\Gamma = \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}}{2} \quad (3.39)$$

$$\gamma = \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{3L}}{2} . \quad (3.40)$$

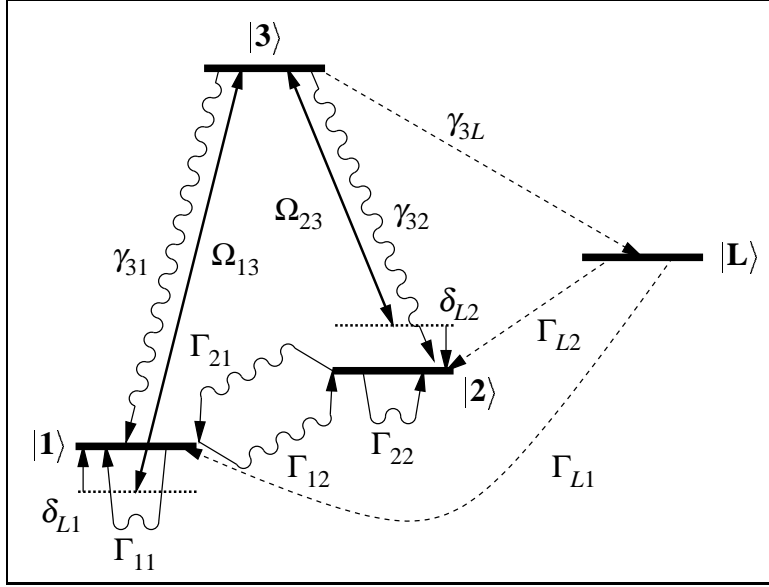


Abbildung 3.4: Betrachtetes Dreiniveausystem mit Verlustkanal.

Es wird weiterhin angenommen, dass die beiden Grundzustandsniveaus **1** und **2** wegen des Verlustniveaus weniger, aber dennoch gleiche Populationen  $\rho_{11} = \rho_{22} < 0.5$  besitzen und daher die Breite analog dem vorherigen Abschnitt berechnet werden kann. Gleichung (3.28) liefert für die DR-Breite bei kleinen Intensitäten und für  $\delta_{L2} = 0$

$$\Gamma_{DR} \approx (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}) + \frac{\Omega^2}{\frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{3L}}{2}} . \quad (3.41)$$

Allgemein sinkt die intensitätsbedingte Verbreiterung mit zunehmender Verlustrate, wie bereits von Renzoni und Arimondo [34] gezeigt worden ist. Die Verbreiterung entsteht durch Rabioszillationen zwischen Grundzuständen und angeregtem Zustand. Diese Oszillationen werden durch Verlustraten zusätzlich ausgedämpft und tragen somit entsprechend abgeschwächt zur intensitätsbedingten DR-Verbreiterung bei.

### 3.6 Einfluss von Laserfluktuationen auf Dunkelresonanzen

Für 2 quantisierte Laserfelder werden die Frequenzfluktuationen analog [9],[10] über folgenden Störhamiltonian  $\hat{H}_S$  beschrieben

$$\hat{H}_S = \hbar\mu_1(t)a_1^\dagger a_1 + \hbar\mu_2(t)a_2^\dagger a_2 . \quad (3.42)$$

Die Operatoren  $a_i^\dagger$  und  $a_i$  sind die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für die Photonen des Laserfelds  $i$  und die Funktion  $\mu_i(t)$  beschreibt die zeitliche Änderung der Photonenfrequenz. Es



wird als stochastisches Modell ein weißes Rauschen angenommen, d.h. es gelten die Korrelationsrelationen

$$\langle \mu_i(t) \mu_j(t') \rangle = \Delta_{ij} \delta(t-t') \quad . \quad (3.43)$$

Die zusätzlichen Terme zu den Bewegungsgleichungen lauten

$$\dot{\rho} += -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_S, \rho] \quad . \quad (3.44)$$

Das Einsetzen der formalen Lösung in die Gleichung selber liefert folgende Integralgleichung

$$\dot{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_S(t), \rho(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt' [\hat{H}_S(t), [\hat{H}_S(t'), \rho(t')]] \quad . \quad (3.45)$$

Da die Fluktuationen im zeitlichen Mittel Null ergeben, fällt der erste Term weg. Eine Ausmultiplikation und Erweiterung der Integrationsgrenze nach  $+\infty$  aufgrund der Markov-Eigenschaft der Korrelationen ergibt<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \dot{\rho}(t) = & -\int_0^\infty dt' \{ \langle \mu_1(t) \mu_1(t') \rangle [a_1^\dagger a_1, [a_1^\dagger a_1, \rho(t')]] + \langle \mu_1(t) \mu_2(t') \rangle [a_1^\dagger a_1, [a_2^\dagger a_2, \rho(t')]] + \\ & \langle \mu_2(t) \mu_1(t') \rangle [a_2^\dagger a_2, [a_1^\dagger a_1, \rho(t')]] + \langle \mu_2(t) \mu_2(t') \rangle [a_2^\dagger a_2, [a_2^\dagger a_2, \rho(t')]] \} \quad . \quad (3.46) \end{aligned}$$

Für die Dichtematrixelemente  $\rho^{n_1 n_2, m_1 m_2}$ , deren Superskripts die Photonenzahlen in Laserfeld 1 und 2 beschreiben, folgt unter Verwendung von (3.43)

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{kl}^{n_1 n_2, m_1 m_2} = & -(\Delta_{11}(n_1 - m_1)^2 + 2\Delta_{12}(n_1 n_2 - n_1 m_2 - n_2 m_1 + m_1 m_2) + \\ & \Delta_{22}(n_2 - m_2)^2) \rho_{kl}^{n_1 n_2, m_1 m_2} \quad . \quad (3.47) \end{aligned}$$

Im  $\Lambda$ -System sind die folgenden Zustände durch die beiden Laser **L1** und **L2** kohärent verbunden

$$|1, n_1 + 1, n_2\rangle \xleftrightarrow{L1} |3, n_1, n_2\rangle \xleftrightarrow{L2} |2, n_1, n_2 + 1\rangle \quad . \quad (3.48)$$

Alle anderen Kohärenzen spielen in der semiklassischen Näherung keine Rolle. Die Bewegungsgleichungen für die Dichtematrizen erhalten somit folgende zusätzliche Terme

$$\dot{\rho}_{12} += -(\Delta_{11} + \Delta_{22} - 2\Delta_{12}) \rho_{12} \quad (3.49)$$

$$\dot{\rho}_{13} += -\Delta_{11} \rho_{13} \quad (3.50)$$

$$\dot{\rho}_{23} += -\Delta_{22} \rho_{23} \quad . \quad (3.51)$$

Durch Betrachtung der Bewegungsgleichungen für das elektrische Feld [9], [10] unter Berücksichtigung der Fluktuationen (3.42) können  $\Delta_{11}$  und  $\Delta_{22}$  als Linienbreite der Lasermoden und  $\Delta_{12}$

<sup>1</sup>Damit ist die Integration über die  $\delta()$ -Distribution eindeutig definiert.

als Kreuzkorrelation interpretiert werden. Die Verbreiterung der DR ergibt sich durch Berücksichtigung der obigen Terme in Gleichungen (3.23) und (3.24) und der Annahme, dass  $\Delta = \Delta_{11} = \Delta_{22}$  gilt, aus Gl. (3.28) für  $\delta_{L2} = 0$  wie folgt

$$\Gamma_{DR} = (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}) + 2(\Delta_{11} + \Delta_{22} - 2\Delta_{12}) + \frac{\Omega^2}{\frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{3L}}{2} + \Delta}. \quad (3.52)$$

Für die Beobachtung von DR sind daher entweder extrem schmalbandige Laser oder kritisch kreuzkorrelierte Laserfelder, für die  $\Delta_{12} = \frac{1}{2}(\Delta_{11} + \Delta_{22})$  gilt, erforderlich. Bei optisch nachlaufsynchronisierten Lasern [32] wird das Rauschen eines Lasers auf den anderen übertragen und damit diese kritische Kreuzkorrelation erreicht. Der Beitrag zur DR-Breite aufgrund der korrelierten Laserfluktuationen ist dann vernachlässigbar.

Auch im Fall, dass eine kritische Kreuzkorrelation vorliegt, ändert sich die Intensitätsabhängigkeit der DR-Breite aufgrund des Einflusses der Größe  $\Delta$  im letzten Term in (3.52). Ursache für die schwächere Abhängigkeit von der Laserintensität ist, dass weitere Dekohärenzraten auf den optischen Übergängen vorhanden sind.

### 3.7 Stoßverschiebung und -verbreiterung der Dunkelresonanzen

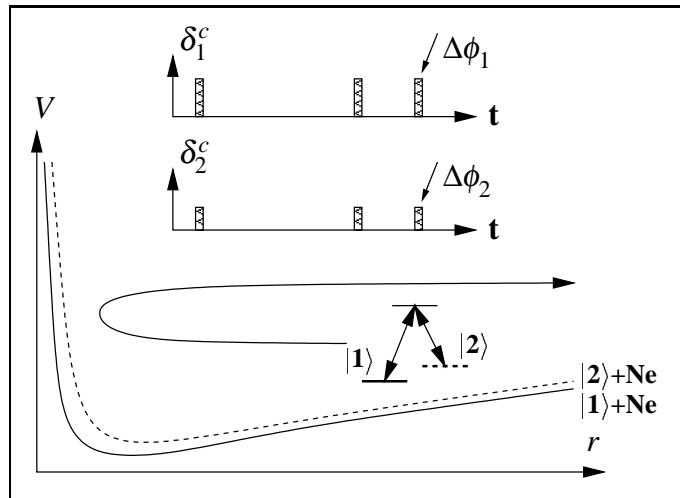


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung eines Puffergasstoßes. Die beiden Grundzustandsniveaus durchlaufen während des Stoßes leicht unterschiedliche Potenzialkurven und sammeln dabei jeweils eine durchschnittliche Phasenverschiebung  $\Delta\phi_1$  bzw.  $\Delta\phi_2$  auf.

Während eines Puffergasstoßes ändern sich die atomaren Energien, was durch folgenden Störhamiltonian beschrieben wird

$$\hat{H}_S = \hbar\mu'_1(t)|1\rangle\langle 1| + \hbar\mu'_2(t)|2\rangle\langle 2| + \hbar\mu'_3(t)|3\rangle\langle 3| \quad . \quad (3.53)$$

Dabei durchlaufen die Zustände des  $\Lambda$ -Systems unterschiedliche Potenzialkurven, wie in Abb. 3.5 für die beiden Grundzustände illustriert ist. Die Stoßdauer wird für die weiteren Betrachtungen als kurz im Vergleich zu den systemrelevanten Zeitskalen angenommen, d.h. es interessiert nur die von den einzelnen Zuständen während eines Stoßes aufgesammelte mittlere Phase. Auf der Abbildung ist dies durch die Rechteckimpulse für die Verstimmungen  $\delta_i^c$ , die während des Stoßes stattfinden, angedeutet. Multipliziert mit der Stoßzeit  $\tau_c$  ergibt sich eine aufgesammelte Phase von  $\Delta\phi_i = \delta_i^c \cdot \tau_c$  pro Stoß.

Im Grenzwert für kurze Stoßdauern werden die Funktionen  $\mu_i'$  in einen mittleren konstanten Anteil  $\langle \mu_i'(t) \rangle$  und einen fluktuierenden Anteil  $\mu_i$  mit Mittelwert 0 wie folgt zerlegt:  $\mu_i'(t) = \langle \mu_i'(t) \rangle + \mu_i(t)$ . Für den zeitlichen Mittelwert  $\Delta_i$  von  $\mu_i'$  gilt in Abhängigkeit der Stoßrate  $R$

$$\Delta_i = \langle \mu_i'(t) \rangle = R\Delta\phi_i \quad . \quad (3.54)$$

Da die Stöße auf einer sehr kurzen Zeitskala stattfinden, sowie innerhalb der relevanten Zeitskalen viele Stöße stattfinden, kann die zeitliche Mittelung den von-Neumann-Bewegungsgleichungen einfach hinzugefügt werden

$$\dot{\rho} += -\frac{i}{\hbar} [\langle \hat{H}_S \rangle, \rho] \quad . \quad (3.55)$$

Für die einzelnen Elemente der Dichtematrix lauten die zusätzlichen Terme in den Bewegungsgleichungen

$$\dot{\rho}_{12} += -i(\Delta_1 - \Delta_2) \rho_{12} \quad (3.56)$$

$$\dot{\rho}_{13} += -i(\Delta_1 - \Delta_3) \rho_{13} \quad (3.57)$$

$$\dot{\rho}_{23} += -i(\Delta_2 - \Delta_3) \rho_{23} \quad . \quad (3.58)$$

Die DR erfährt folglich eine Verschiebung von  $(\Delta_1 - \Delta_2)$ . Dagegen wirkt sich eine Stoßverschiebung des oberen Niveaus nicht auf die Resonanzfrequenz der DR aus. Aus (3.54) folgt eine lineare Abhängigkeit der Verschiebung von der Stoßrate  $R$  und damit dem Druck. Diese lineare Abhängigkeit wird auch experimentell beobachtet [4].

Der Anteil, der im zeitlichen Mittel Null ergibt, kann für kurze Stöße als weißes Rauschen angenommen und analog den Laserfluktuationen in Kapitel 3.6 behandelt werden. Mit den Zweipunktkorrelationsfunktionen

$$\langle \mu_i(t) \mu_j(t') \rangle = \Delta_{ij} \delta(t - t') \quad . \quad (3.59)$$

ergeben sich folgende zusätzliche Terme in den Bewegungsgleichungen

$$\dot{\rho}_{12} += -(\Delta_{11} + \Delta_{22} - 2\Delta_{12}) \rho_{12} \quad (3.60)$$

$$\dot{\rho}_{13} += -(\Delta_{11} + \Delta_{33} - 2\Delta_{13}) \rho_{13} = -\Delta_{13}^c \rho_{13} \quad (3.61)$$

$$\dot{\rho}_{23} += -(\Delta_{22} + \Delta_{33} - 2\Delta_{23}) \rho_{23} = -\Delta_{23}^c \rho_{23} \quad . \quad (3.62)$$

Die Werte  $\Delta_{13}^c = \Delta_{11} + \Delta_{33} - 2\Delta_{13}$  und  $\Delta_{23}^c = \Delta_{22} + \Delta_{33} - 2\Delta_{23}$  geben die halben Stoßverbreiterungen der optischen Übergänge  $1 \leftrightarrow 3$  bzw.  $2 \leftrightarrow 3$  an. Für die Breite der DR folgt für gleiche

Stoßverbreiterungen  $\Delta_{13}^c = \Delta_{23}^c$  und  $\delta_{L2} = 0$  analog (3.52)

$$\Gamma_{DR} = (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}) + 2(\Delta_{11} + \Delta_{22} - 2\Delta_{12}) + \frac{\Omega^2}{\frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{3L}}{2} + \frac{\Delta_{13}^c + \Delta_{23}^c}{2}} . \quad (3.63)$$

Um schmale Linienbreiten zu beobachten, müssen diese Stoßverschiebungen der Grundzustände analog den Laserfluktuationen hochkorreliert erfolgen, d.h.  $(\Delta_{11} + \Delta_{22} - 2\Delta_{12})$  sehr klein werden.

Für Rubidium sind die Potenzialkurven mit Neon als Stoßpartner für den Grundzustand  $5^2S_{1/2}$  und den angeregten Zustand  $5^2P_{3/2}$  signifikant unterschiedlich. Die typischen Stoßverbreiterungen  $2\Delta_{13}^c = 2\Delta_{23}^c$  liegen im Bereich von  $2\pi \cdot 80 \text{ kHz/Pa}$  (vgl. Anhang E). Dadurch entsteht eine zusätzliche Dekohärenzrate auf den optischen Übergängen, die analog Kapitel 3.6 zu einer Modifikation der Intensitätsabhängigkeit der DR-Breite führt.

### 3.8 Relaxationsmechanismen im Puffergas

Die eingeführten Raten  $\Gamma_{ij}$  sind bislang nicht näher spezifiziert worden. Im folgenden werden die Relaxationen durch Diffusion aus dem Laserstrahl sowie Stoßrelaxationen beschrieben und deren Beiträge quantifiziert. Die Betrachtungen berücksichtigen jeweils nur den einzelnen Prozess. Die Gesamtraten für konkrete Berechnungen sind dann aus den Summen der Einzelraten zusammenzusetzen.

#### 3.8.1 Diffusion aus dem Strahl

Ein einfaches Diffusionsmodell geht davon aus, dass die  $\Lambda$ -Systeme mit einer Rate  $\Gamma_D$  den Strahl verlassen und dieser Verlust durch gleichzeitiges Eintreten vollständig randomisierter  $\Lambda$ -Systeme mit gleicher Rate ausgeglichen wird. In einem geschlossenen System entspricht dies gleichen inkohärenten Raten von Niveau  $j$ ,  $j = 1, 2$  nach **1** bzw. **2**

$$\Gamma_{j1} = \Gamma_{j2} . \quad (3.64)$$

Die Gesamtrate aus dem Niveau  $j$ ,  $j = 1, 2$  heraus entspricht der Diffusionsrate  $\Gamma_D$

$$\Gamma_D = \Gamma_{j1} + \Gamma_{j2} . \quad (3.65)$$

Aus diesen zwei Gleichungssystemen folgt für den Beitrag zur DR-Breite

$$\Gamma_{DR} += (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}) = 2\Gamma_D . \quad (3.66)$$

#### 3.8.2 Spinrandomisierung

Aufgrund der thermischen Bewegung finden ständig Stöße in dem Rubidium-Neon-Gemisch statt. Rb-Rb-Stöße sind aufgrund des geringen Druckes vernachlässigbar. Die Rb-Ne Stöße erfolgen stark Grundzustands-kohärenzerhaltend, d.h. es können mehrere Millionen Stöße erfolgen, bis

eine Dekohärenz eintritt. Durch Beobachtung der atomaren Polarisation  $\langle s_z \rangle$  [19] sind Wirkungsquerschnitte  $\sigma_R$  für die Grundzustandsrelaxation bestimmt worden. Die Messungenauigkeiten betragen aber bis zu einer Größenordnung.

Die Puffergasstöße bewirken eine Spinrandomisierung, d.h. tragen überwiegend zu den Raten  $\Gamma_{11}$  und  $\Gamma_{22}$  bei. Der Wirkungsquerschnitt kann wie folgt in eine Rate  $\Gamma_S$  umgerechnet werden

$$\Gamma_S = \sigma_R \cdot \frac{N}{V} \bar{v} \quad , \quad (3.67)$$

die die Relaxation der Grundzustandskohärenz angibt

$$\dot{\rho}_{12} = -\Gamma_S \rho_{12} \quad . \quad (3.68)$$

$\frac{N}{V}$  bezeichnet die Puffergasdichte und  $\bar{v}$  die mittlere Relativgeschwindigkeit. Für den Beitrag zur DR-Breite folgt aus (3.67) und mit Kapitel 3.4

$$\Gamma_{DR} = 2\Gamma_S \quad . \quad (3.69)$$

## Kapitel 4

# Dopplereffekte am $\Lambda$ -System

In diesem Kapitel soll das in DR-Experimenten mit "heißen" Atomen beobachtete Spektrum diskutiert werden. Hierzu müssen verschiedene Geschwindigkeitsklassen, die von den beiden dopplerverschobenen Laser angeregt werden, betrachtet werden. Dabei treten Effekte wie Dopplerverbreiterung und -verschiebung der DR sowie DR-Aufspaltung bei mehreren oberen Hyperfeinstrukturniveaus auf. Zudem wird der zu den kollinearen Effekten hinzukommende zusätzliche Dopplereffekt, der durch einen kleinen Winkel zwischen den beiden Laserstrahlen entsteht, abgeschätzt.

### 4.1 Dopplereffekte des kollinear angeregten $\Lambda$ -Systems

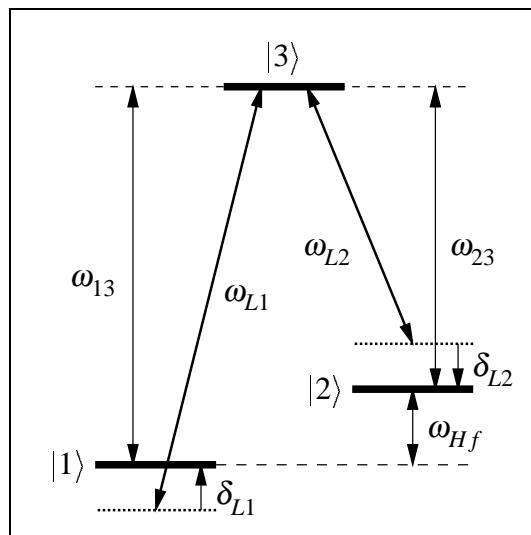


Abbildung 4.1: Betrachtete Frequenzen für ein bewegtes Dreiniveausystem.

Es wird das in Abb. 4.1 dargestellte  $\Lambda$ -System betrachtet, das sich relativ zu den beiden trei-

benden Lasern bewegt. Im Ruhesystem des Atoms lautet die DR-Bedingung (vgl. Kapitel 3).

$$\omega_{DR} = \omega_{L1} - \omega_{L2} = \omega_{Hf} \quad (4.1)$$

Im folgenden beziehen sich alle Frequenzen auf das **Ruhesystem** des  $\Lambda$ -Systems, sofern sie nicht durch “ $(lab)$ ” gekennzeichnet sind. Die Frequenzen des durchgestimmten Lasers 1, sowie des fixen Lasers 2 im Laborsystem werden wie folgt definiert

$$\delta_{L1}^{(lab)} = \omega_{L1}^{(lab)} - \omega_{13} \quad (4.2)$$

$$\delta_{L2}^{(lab)} = \omega_{L2}^{(lab)} - \omega_{23} \quad (4.3)$$

$$\delta_L^{(lab)} = \omega_{L1}^{(lab)} - \omega_{L2}^{(lab)} - \omega_{Hf} = \delta_{L1}^{(lab)} - \delta_{L2}^{(lab)} \quad (4.4)$$

Es werden folgende Bedingungen angenommen, die von Alkaliatomen erfüllt werden ( $\gamma$  ist die Zerfallsrate des oberen Zustands 3, im Falle des  $\Lambda$ -Systems aus Abb. 3.2  $D_{99}$ )

$$\delta_L \ll \gamma \quad (4.5)$$

$$\omega_{opt} \approx \omega_{13} \approx \omega_{23} \quad (4.6)$$

$$\omega_{Hf} = \omega_{13} - \omega_{23} \ll \omega_{opt} \quad (4.7)$$

Ein sich mit der Geschwindigkeit  $v$  relativ zum Labor und in Laserstrahlrichtung bewegendes  $\Lambda$ -System sieht die Frequenzen der kolinearen Laser im Vergleich zum Laborsystem dopplerverschoben

$$\omega_{L1} = \omega_{L1}^{(lab)} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad (4.8)$$

$$\omega_{L2} = \omega_{L2}^{(lab)} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad (4.9)$$

Im Laborsystem ergibt sich durch Einsetzen der Gleichungen (4.8) und (4.9) in (4.1) folgende DR-Bedingung für Atome der Geschwindigkeit  $v$

$$\omega_{DR}^{(lab)} = \omega_{L1}^{(lab)} - \omega_{L2}^{(lab)} = \frac{\omega_{Hf}}{1 - \frac{v}{c}} \approx \omega_{Hf} \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (4.10)$$

Die Dunkelresonanz erscheint folglich **dopplerverschoben**. Um signifikant zum Kontrast der DR beizutragen, müssen die Laser innerhalb der optischen Linienbreite  $\gamma$  mit den Übergängen resonant sein. Für die mit dem in der Frequenz fixierten Laser 2 resonante ( $\omega_{L2} = \omega_{23}$ ) Geschwindigkeitsklasse ( $v_2$ ) gilt

$$v_2 = c \frac{\delta_{L2}^{(lab)}}{\omega_{L2}^{(lab)}} \approx c \frac{\delta_{L2}^{(lab)}}{\omega_{opt}} \quad (4.11)$$

Die Position der DR in Abhängigkeit der Laserverstimmung  $\delta_{L2}^{(lab)}$  wird damit

$$\omega_{DR}^{(lab)} = \omega_{Hf} \left(1 + \frac{v_2}{c}\right) = \omega_{Hf} \left(1 + \frac{\delta_{L2}^{(lab)}}{\omega_{23}}\right) \quad (4.12)$$

Im **Hochtemperaturlimit**, d.h. die Dopplerbreite ist groß gegenüber der Linienbreite, ergibt sich die Breite der angeregten Geschwindigkeitsklasse  $\Delta v_2$  aus der Bedingung, dass die Verstimmung von Laser 2 kleiner als die halbe Linienbreite sein muss<sup>1</sup>

$$|\omega_{L2} - \omega_{23}| = \left| \omega_{L2}^{(lab)} \left( 1 - \frac{v_2 + \Delta v_2}{c} \right) - \omega_{23} \right| \quad (4.13)$$

$$= \left| \underbrace{\omega_{L2}^{(lab)} \left( 1 - \frac{v_2}{c} \right) - \omega_{23}}_{=0} - \omega_{L2}^{(lab)} \frac{\Delta v_2}{c} \right| < \frac{\gamma}{2} \quad (4.14)$$

Nach  $\Delta v_2$  aufgelöst folgt

$$|\Delta v_2| < c \frac{\gamma}{2\omega_{L2}^{(lab)}} \approx c \frac{\gamma}{2\omega_{opt}} \quad (4.15)$$

Zur DR tragen nun die Geschwindigkeitsklassen von  $v_- \dots v_+$ ,  $v_{\pm} = v_2 \pm \Delta v_2$  bei. Die dopplerverschobenen Resonanzfrequenzen für die Geschwindigkeitsklassen  $v_{\pm}$  im Laborsystem betragen

$$\omega_{\pm}^{(lab)} = \omega_{Hf} \left( 1 + \frac{v_2 \pm \Delta v_2}{c} \right) \quad (4.16)$$

und führen im Laborsystem zu einer Doppler-Breite der DR

$$\Gamma_{DR,Doppler}^{(lab)} = \omega_{+}^{(lab)} - \omega_{-}^{(lab)} = \frac{\gamma}{\omega_{opt}} \omega_{Hf} \quad (4.17)$$

In Abbildung 4.2 ist schematisch das Zustandekommen einer DR innerhalb des Dopplerprofils illustriert. Zur besseren Erkennbarkeit der Effekte werden fiktive Parameter angenommen. Es ist deutlich eine Dopplerverbreiterung erkennbar. Im Vergleich zum ruhenden  $\Lambda$ -System wird der Kontrast durch die Überlagerung der verschiedenen Geschwindigkeitsklassen schlechter.

Für  $^{85}\text{Rb}$  ergibt sich eine Dopplerverbreiterung von  $\Gamma_{DR,Doppler}^{(lab)}/2\pi = 47 \text{ Hz}$  (Tabelle 4.1) und ist damit schwer mit beobachteten Linienbreiten von 28 Hz (vgl. Abschnitt 6.3) verträglich. Die Dopplerverschiebung beim Durchstimmen von Laser 2 beträgt  $\Delta\omega_{DR}^{(lab)}/\delta_{L2}^{(lab)} = 7.9 \text{ Hz/MHz}$ . Experimente für Verstimmungen über einen Bereich von mehreren hundert MHz haben keine erwartete Verschiebung der DR ergeben (vgl. Kapitel 6.6)!!! Diese Beobachtungen erzwingen eine Einbeziehung der Puffergasstöße in die theoretische Beschreibung der Experimente.

## 4.2 Dunkelresonanzen bei großen optischen Verstimmungen

Die Höhe der DR, definiert als die Einsenkung der Absorptionskurve relativ zur Absorption der einhüllenden Lorentzkurve, skaliert quadratisch mit der Höhe der Lorentzkurve (vgl. Kapitel 3.4,

<sup>1</sup>Im Falle einer wahrscheinlichsten thermischen Geschwindigkeit  $v_0 < \Delta v_2$  (Tieftemperaturlimit) werden alle Atome angeregt. Dies entspricht aber einer Temperatur  $T \approx 30 \text{ mK}$  für Rubidium.



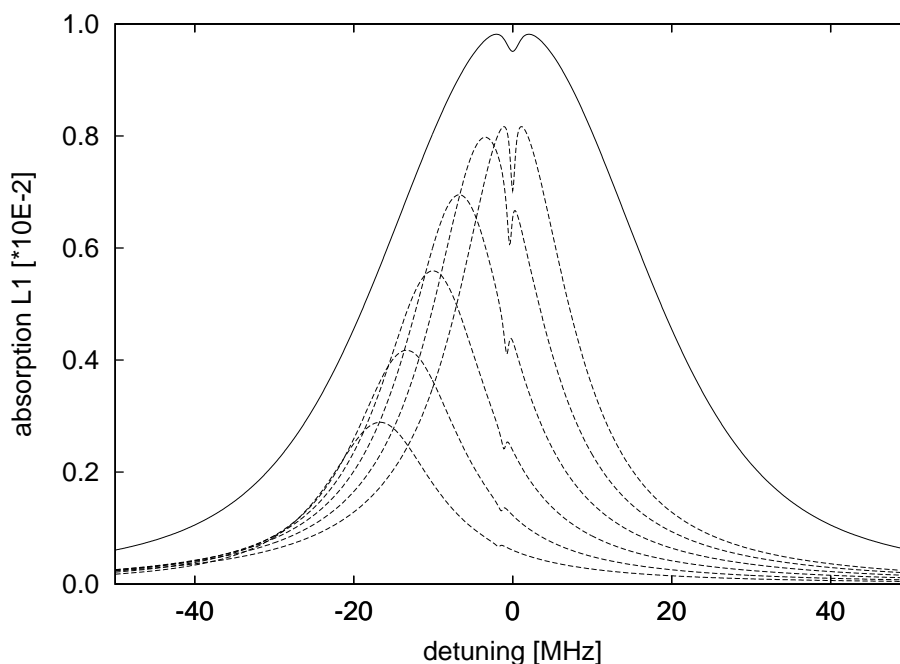


Abbildung 4.2: DR verschiedener Geschwindigkeitsklassen tragen zur resultierenden DR im Dopplerfall bei. Daten des Modell- $\Lambda$ -Systems (vgl. Bild 3.2):  $\gamma_{31} = \gamma_{32} = 2\pi \cdot 8$  MHz, alle Hyperfeinstrukturrelaxationsraten  $\Gamma_{11} = \Gamma_{12} = \Gamma_{21} = \Gamma_{22} = 2\pi \cdot 0.16$  MHz,  $\Omega_{13} = \Omega_{23} = 2\pi \cdot 1$  MHz,  $\omega_{opt} = 2\pi \cdot 10^{14}$  Hz,  $\omega_{Hf} = 2\pi \cdot 10^{13}$  Hz. Die durchgezogene Linie stellt die Absorption des durchgestimmten Lasers 1 als Funktion des “detunings”  $\delta_L^{(lab)}$  dar ( $\omega_{L2}^{(lab)} = \omega_{23}$ ). Es sind gestrichelt die gemäß der Maxwellverteilung (mittlere thermische Geschwindigkeit  $v_0 = 50$  m/s) gewichteten Beiträge der Geschwindigkeitsklassen  $v = 0, 10, 20, 30, 40, 50$  m/s eingezeichnet.

Gl. (3.32) und Abb. 4.2). Mit einem quadratischen Ansatz ergibt sich hieraus für den Beitrag  $C(v)dv$  der Maxwell-verteilten Geschwindigkeitsklassen  $v \dots v + dv$

$$C(v) \propto \left( \frac{1}{1 + (\delta/\gamma)^2} \right)^2 e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}, \quad (4.18)$$

wobei  $\delta = \delta_{L2}^{(lab)} + \omega_{opt} \frac{v}{c}$  die Verstimmung zur optischen Resonanz,  $\gamma$  die optische Linienbreite und  $v_0$  die wahrscheinlichste thermische Geschwindigkeit angibt. In Abbildung 4.3 ist der Beitrag  $C(v)$  in Abhängigkeit der Geschwindigkeit für verschiedene Laserverstimmungen  $\delta_{L2}^{(lab)}$  auf einer logarithmischen Skala dargestellt. Als Daten werden die Werte für Rubidium entsprechend Anhang E gewählt ( $v_0 = 240$  m/s  $\hat{=} 300$  K). Für Verstimmungen  $\delta_{L2}^{(lab)} < 1$  GHz kommt der Hauptbeitrag zur DR von den resonant angeregten Atomen.

Für Verstimmungen  $\delta_{L2}^{(lab)} > 1.5$  GHz ist die Anregung für die Geschwindigkeitsklassen innerhalb der Geschwindigkeitsverteilung annähernd gleich und die Atome tragen entsprechend der Maxwellverteilung bei, da der Beitrag der resonant angeregten Geschwindigkeitsbereiche eine

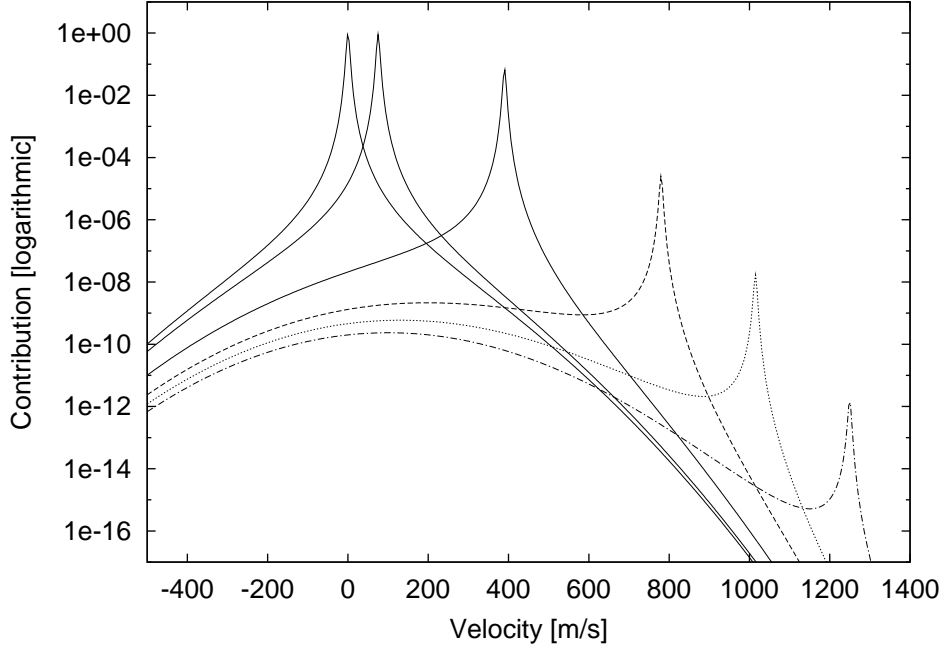


Abbildung 4.3: Beiträge der einzelnen Geschwindigkeitsklassen zur beobachtbaren DR in Abhängigkeit der Laserverstimmung  $\delta_{L2}^{(lab)}$  auf einer logarithmischen Skala. In durchgezogenen Linien sind die Beiträge für  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0, 100 \text{ MHz}, 500 \text{ MHz}$  eingezeichnet sowie  $\delta_{L2}^{(lab)} = 1 \text{ GHz}$  (Strich),  $\delta_{L2}^{(lab)} = 1.3 \text{ GHz}$  (Punkt) und  $\delta_{L2}^{(lab)} = 1.6 \text{ GHz}$  (Strich-Punkt).

Größenordnung unterhalb des Maxwell-verteilten Beitrags aller Geschwindigkeitsklassen liegt. Daher ist eine Dopplerverbreiterung entsprechend der Maxwellverteilung und eine Positionsverschiebung der DR zu der mittleren Geschwindigkeit hin zu erwarten. Der Kontrast ist für solche Verstimmungen im realen Experiment sehr schlecht, zudem ist die Annahme der Säkularnäherung, d.h. die beiden Übergänge des  $\Lambda$ -Systems koppeln jeweils an einen Laser, nicht mehr gegeben, da die Hyperfeinstrukturaufspaltung der Grundzustände nur wenige GHz beträgt.

### 4.3 Nahezu kollinear angeregtes $\Lambda$ -System

In diesem Abschnitt sollen die Dopplereffekte der DR für ein bewegtes  $\Lambda$ -System abgeschätzt werden, für welches die Strahlrichtungen der beiden anregenden Laser einen kleinen Winkel  $\alpha$  einschließen (siehe Abb. 4.4). Die Doppler-Verschiebungen betragen

$$\omega_{L1} = \omega_{L1}^{(lab)} \left( 1 - \frac{v_x \cos(\alpha/2)}{c} - \frac{v_y \sin(\alpha/2)}{c} \right) \quad (4.19)$$

$$\omega_{L2} = \omega_{L2}^{(lab)} \left( 1 - \frac{v_x \cos(\alpha/2)}{c} + \frac{v_y \sin(\alpha/2)}{c} \right) \quad (4.20)$$

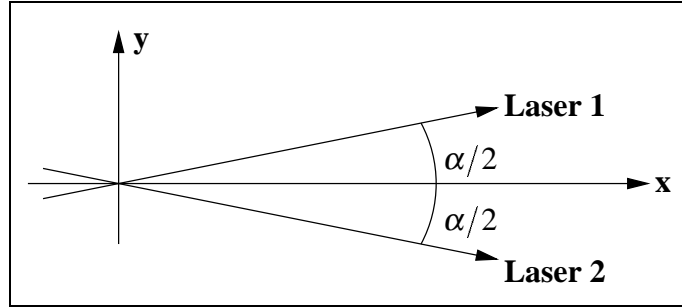


Abbildung 4.4: Koordinatensystem für ein nicht kolleares Experiment.

Die DR-Bedingung lautet dann

$$\omega_{DR} \approx (\omega_{L1}^{(lab)} - \omega_{L2}^{(lab)}) \left( 1 - \frac{v_x \cos(\alpha/2)}{c} \right) - 2\omega_{opt} \frac{v_y \alpha}{2c} . \quad (4.21)$$

Da üblicherweise  $\omega_{Hf} \ll \omega_{opt}$  gilt, ist der letzte Term dominierend und bestimmt die Verschiebung

$$\Delta\omega_{DR,\alpha}^{(lab)} = -\omega_{opt} \frac{v_y \alpha}{c} . \quad (4.22)$$

Für eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung von

$$\rho(v_y)dv_y = \mathcal{N} e^{-\left(\frac{v_y}{v_0}\right)^2} dv_y \quad (4.23)$$

folgt eine zusätzliche Verbreiterung der DR im Laborsystem um

$$\Gamma_{DR}^{(lab)} \approx \omega_{opt} \frac{v_0 \alpha}{c} . \quad (4.24)$$

Bei Rubidium erhält man für  $v_0 = 240 \text{ m/s}$  ( $\hat{=} 300 \text{ K}$ ) und  $\omega_{opt}/2\pi = 3.85 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$   $\Gamma_{DR}^{(lab)}/2\pi \approx 308 \text{ MHz/rad} \approx 5.38 \text{ MHz/}^\circ$ . Die Beobachtung schmaler Linienbreiten erfordert aufgrund dieser extremen Sensitivität eine äußerst präzise kolleare Strahlführung der beiden Laser.<sup>2</sup>

#### 4.4 Dunkelresonanz-Aufspaltung für mehrere obere Hyperfeinstrukturturniveaus

Zu DR an Alkaliatomen tragen 2 obere Hyperfeinstrukturturniveaus bei, deren Abstand groß im Vergleich zur optischen natürlichen Linienbreite ist. Im Dopplerregime führt dies dazu, dass zwei getrennte Geschwindigkeitsklassen zu der Messung beitragen (vgl. Abb. 4.5). Analog zu obigen Betrachtungen erwartet man eine Aufspaltung der Dunkelresonanzen um

$$\omega_{DR,3}^{(lab)} - \omega_{DR,4}^{(lab)} = \frac{\omega_{34}}{\omega_{opt}} \omega_{Hf} \quad (4.25)$$

<sup>2</sup>Analog des in Kapitel 5.3 gezeigten ‘‘Dicke-Narrowing’’ der Dopplerbreite ist für Puffergasexperimente auch hier ein Effekt zu erwarten, der jedoch nicht näher untersucht wird.

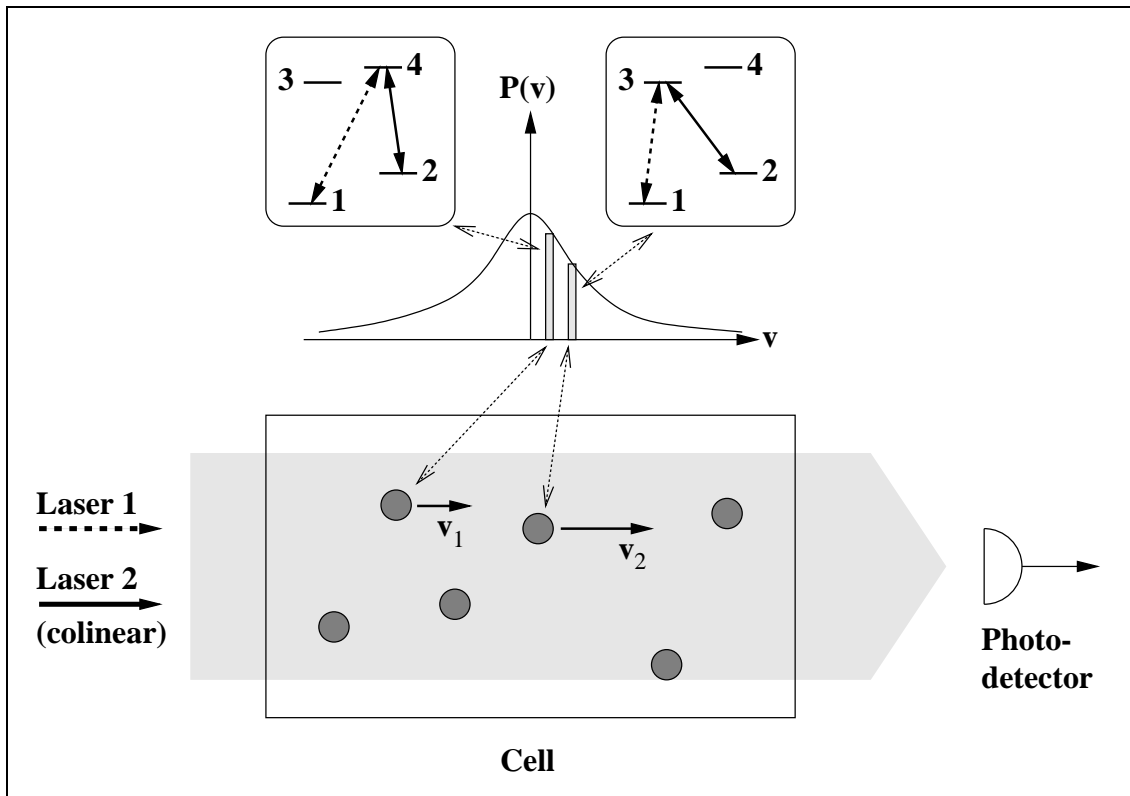


Abbildung 4.5: Typisches Dunkelresonanzexperiment: Die Transmission zweier kolleiner und phasenstabiler Laser durch eine Gaszelle wird beobachtet. Laser 2 ist gegenüber dem  $2 \leftrightarrow 4$ -Übergang blauverstimmt und Laser 1 wird um die DR-Bedingung herum durchgestimmt. Von den "heißen" Gasatomen gibt es innerhalb der Maxwellverteilung zwei Geschwindigkeitsklassen, die als  ${}^3_1\blacksquare_2$ -System bzw.  ${}_1\blacksquare_2^4$ -System zur DR beitragen. Durch die unterschiedlichen Geschwindigkeiten bilden diese beiden  $\Lambda$ -Systeme aufgrund der verschiedenen Dopplerverschiebung eine in 2 Teile aufgespaltete DR aus. Die Größe der Aufspaltung ist durch Gl. (4.25) gegeben.

Für  $^{87}\text{Rb}$  beträgt der Frequenzabstand der oberen Niveaus  $\omega_{34} = 2\pi \cdot 157 \text{ MHz}$  und müßte zwei Dunkelresonanzen im Abstand von  $\omega_{DR,3}^{(lab)} - \omega_{DR,4}^{(lab)} \approx 2\pi \cdot 2.8 \text{ KHz}$  zur Folge haben, was bei den erreichten Linienbreiten ohne weiteres beobachtbar wäre, in Puffergasexperimenten jedoch nicht beobachtet wird (vgl. Kapitel 6.6)!

Abschließend sind in Tabelle 4.1 quantitative Werte für Rubidiumexperimente mit  $^{85}\text{Rb}$  bzw.  $^{87}\text{Rb}$  zusammengefasst.

	Modell	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$	
$\omega_{opt}/2\pi$	$10^{14}$	$3.85 \cdot 10^{14}$	$3.85 \cdot 10^{14}$	Hz
$\omega_{Hf}/2\pi$	$10^7$	3036	6835	MHz
$\gamma/2\pi$	8	6	6	MHz
$\omega_{34}/2\pi$	—	63	157	MHz
Dopplerverschiebung				
$\Delta\omega_{DR}^{(lab)}/\delta_{L2}^{(lab)}$	$10^5$	7.9	17.8	Hz/MHz
Dopplerverbreiterung				
$\Gamma_{DR,Doppler}^{(lab)}/2\pi$	$8 \cdot 10^5$	47	107	Hz
DR-Aufspaltung				
$(\omega_{DR,3}^{(lab)} - \omega_{DR,4}^{(lab)})/2\pi$	—	498	2795	Hz

Tabelle 4.1: Werte für das Modellsystem von Abb. 4.2 und für  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  (vgl. Anhang E).

## Kapitel 5

# Der Einfluss von Puffergasstößen auf Dunkelresonanzen

Durch Zugabe von Puffergasen wird eine diffusive und Kohärenz-erhaltende Bewegung der Atome im Experiment erzwungen. Durch eine günstige Wahl des Puffergasdruckes werden lange Verweilzeiten der beobachteten Atome in den Laserstrahlen und damit verbunden eine sehr schmale Linienbreite durch eine geringe Grundzustandsrelaxationsrate erreicht. Neben der Verringerung der Grundzustandsrelaxation treten weitere Effekte auf, da die typischen Stoßraten im Bereich von einigen MHz liegen und damit schneller sind als andere für DREN relevante Zeitskalen. Zur theoretischen Demonstration dieser Effekte müssen die Puffergasstöße dem Modell aus einem Ensemble an Geschwindigkeitsklassen hinzugefügt werden. Die Puffergasstöße bewirken einerseits eine Stoßdekohärenz, die mit den phänomenologischen Raten  $\Gamma_{ij}$  zwischen den Grundzuständen ausreichend beschrieben wird. Darüber hinaus führen sie zu Geschwindigkeitsänderungen zwischen den Geschwindigkeitsklassen, wobei die Kohärenz mit großer Wahrscheinlichkeit erhalten bleiben kann. Diese Geschwindigkeitsänderungen werden als “velocity changing coherence preserving collisions” (VCCPC) betrachtet, d.h. sie erhalten Größe und Orientierung der atomaren Polarisierung und ändern lediglich die Bewegungsrichtung, die als klassisch angenommen wird. Die Stöße werden analog [16], [13], [25] durch Raten zwischen den Geschwindigkeitsklassen beschrieben.

Zunächst werden die verwendeten theoretischen Modelle vorgestellt und anschließend der Einfluss der VCCPC anhand der numerischen Lösung demonstriert und interpretiert. Abschließend wird die Analogie zwischen Laserfluktuationen und Geschwindigkeitsklassenwechsel im Dicke-Limit aufgezeigt.

### 5.1 Betrachtetes 4-Niveau-Modell-System

Wir betrachten als Modell das in Abbildung 5.1 dargestellte Niveausystem, das die bei DREN an Alkaliatomen beteiligten 2 oberen und 2 unteren Hyperfeinstruktur-niveaus qualitativ beschreibt. Der Hamiltonian in Dipolnäherung und “Rotating-Wave-Approximation” lautet

$$\hat{H} = \hat{H}_{int} + \hat{H}_{L1} + \hat{H}_{L2} \quad (5.1)$$

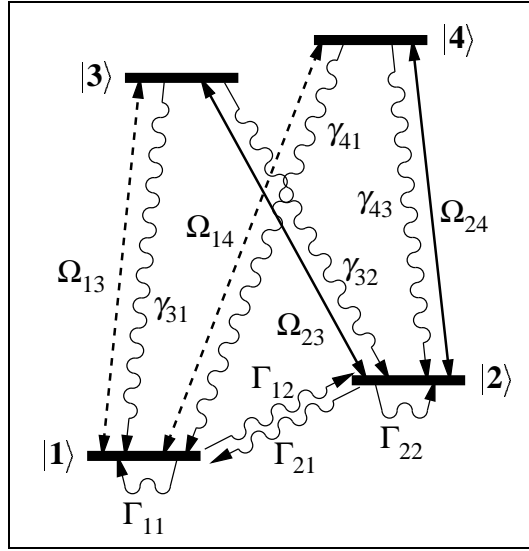


Abbildung 5.1: Betrachtetes 4 Niveausystem.

$$\hat{H}_{int} = \hbar\delta_{L1}|1\rangle\langle 1| + \hbar\delta_{L2}|2\rangle\langle 2| + \hbar\omega_{34}|4\rangle\langle 4| \quad (5.2)$$

$$\hat{H}_{L1} = -\frac{\hbar\Omega_{13}}{2}(|1\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 1|) - \frac{\hbar\Omega_{14}}{2}(|1\rangle\langle 4| + |4\rangle\langle 1|) \quad (5.3)$$

$$\hat{H}_{L2} = -\frac{\hbar\Omega_{23}}{2}(|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|) - \frac{\hbar\Omega_{24}}{2}(|2\rangle\langle 4| + |4\rangle\langle 2|) \quad (5.4)$$

Als Basis wurde das mit den atomaren Übergangsfrequenzen  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  und  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$  rotierende System gewählt. Die Verstimmungen werden wie folgt definiert

$$\delta_{L1} = \omega_{L1} - \omega_{13} \quad (5.5)$$

$$\delta_{L2} = \omega_{L2} - \omega_{23} \quad (5.6)$$

wobei  $\omega_{L1}$  und  $\omega_{L2}$  die optischen Laserfrequenzen und  $\omega_{13}$  und  $\omega_{23}$  die Frequenzen der entsprechenden Übergänge im Ruhesystem des Atoms bezeichnen.  $\omega_{34}$  ist der Frequenzabstand von Niveau 4 zu Niveau 3. Aus der Heisenbergschen Bewegungsgleichung und durch Hinzufügen phänomenologischer Raten für die spontanen Zerfälle  $\gamma_{31}, \gamma_{32}, \gamma_{41}, \gamma_{42}$  und Raten für Stoßdekohärenz  $\Gamma_{11}, \Gamma_{22}$  und stoßinduzierte Hyperfeinstrukturübergänge  $\Gamma_{12}, \Gamma_{21}$ ,

$$\dot{\rho} = \frac{1}{\hbar} [\hat{H}, \rho] - (\hat{\gamma} + \hat{\Gamma}) \cdot \rho \quad (5.7)$$

erhält man folgenden Satz an Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} &= i\frac{\Omega_{13}}{2}(\rho_{31} - \rho_{13}) + i\frac{\Omega_{14}}{2}(\rho_{41} - \rho_{14}) - \Gamma_{12}\rho_{11} + \Gamma_{21}\rho_{22} \\ &\quad + \gamma_{31}\rho_{33} + \gamma_{41}\rho_{44} \\ \dot{\rho}_{12} &= -\left(\frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \Gamma_{21} + \Gamma_{22}}{2} + i(\delta_{L1} - \delta_{L2})\right)\rho_{12} \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$-i\frac{\Omega_{23}}{2}\rho_{13} - i\frac{\Omega_{24}}{2}\rho_{14} + i\frac{\Omega_{13}}{2}\rho_{32} + i\frac{\Omega_{14}}{2}\rho_{42} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{13} = & -i\frac{\Omega_{23}}{2}\rho_{12} - \left( \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} + i\delta_{L1} \right) \rho_{13} \\ & + i\frac{\Omega_{13}}{2}(\rho_{33} - \rho_{11}) + i\frac{\Omega_{14}}{2}\rho_{43} \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{14} = & -i\frac{\Omega_{24}}{2}\rho_{12} - \left( \frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{12} + \gamma_{41} + \gamma_{42}}{2} + i(\delta_{L1} - \omega_{34}) \right) \rho_{14} \\ & + i\frac{\Omega_{14}}{2}(\rho_{44} - \rho_{11}) + i\frac{\Omega_{13}}{2}\rho_{34} \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{22} = & i\frac{\Omega_{23}}{2}(\rho_{32} - \rho_{23}) + i\frac{\Omega_{24}}{2}(\rho_{42} - \rho_{24}) + \Gamma_{12}\rho_{11} - \Gamma_{21}\rho_{22} \\ & + \gamma_{32}\rho_{33} + \gamma_{42}\rho_{44} \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{23} = & -i\frac{\Omega_{13}}{2}\rho_{21} - \left( \frac{\Gamma_{21} + \Gamma_{22} + \gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} + i\delta_{L2} \right) \rho_{23} \\ & + i\frac{\Omega_{23}}{2}(\rho_{33} - \rho_{22}) + i\frac{\Omega_{24}}{2}\rho_{43} \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{24} = & -i\frac{\Omega_{14}}{2}\rho_{21} - \left( \frac{\Gamma_{21} + \Gamma_{22} + \gamma_{41} + \gamma_{42}}{2} + i(\delta_{L2} - \omega_{34}) \right) \rho_{24} \\ & + i\frac{\Omega_{24}}{2}(\rho_{44} - \rho_{22}) + i\frac{\Omega_{23}}{2}\rho_{34} \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\dot{\rho}_{33} = i\frac{\Omega_{13}}{2}(\rho_{13} - \rho_{31}) + i\frac{\Omega_{23}}{2}(\rho_{23} - \rho_{32}) - (\gamma_{31} + \gamma_{32})\rho_{33} \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{34} = & i\frac{\Omega_{13}}{2}\rho_{14} + i\frac{\Omega_{23}}{2}\rho_{24} - i\frac{\Omega_{14}}{2}\rho_{31} - i\frac{\Omega_{24}}{2}\rho_{32} \\ & - \left( \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{41} + \gamma_{42}}{2} - i\omega_{34} \right) \rho_{34} \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\dot{\rho}_{44} = i\frac{\Omega_{14}}{2}(\rho_{14} - \rho_{41}) + i\frac{\Omega_{24}}{2}(\rho_{24} - \rho_{42}) - (\gamma_{41} + \gamma_{42})\rho_{44} \quad (5.17)$$

Formal und analog Kapitel 3.2 kann dieses Gleichungssystem wie folgt dargestellt werden

$$\dot{\vec{\rho}} = \mathcal{M}\vec{\rho} \quad (5.18)$$

$\vec{\rho}$  enthält die einzelnen Dichtematrixelemente. Durch sorgfältige Wahl der Relaxationsraten wird ein eindeutiger stationärer Zustand angenommen. Die Eigenwerte von  $\mathcal{M}$  haben bis auf den Eigenwert 0 einen negativen Realteil, sodass im stationären Fall keine oszillierenden Anteile mehr in der Lösung  $\vec{\rho}$  auftreten, d.h.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\vec{\rho}}(t) = 0$ . Die Lösung kann durch Bestimmung des Eigenvektors zum Eigenwert 0 von  $\mathcal{M}$  bestimmt werden. Numerisch einfacher und schneller ist das Einfügen der **Normierungsbedingung** anstelle einer Gleichung für ein **Populationsdichtematrixelement** (vgl. Kapitel 3.2)

$$\mathcal{P}\vec{\rho}^\infty = \vec{p} \quad (5.19)$$

Und im stationären Fall erhält man einfach

$$\vec{\rho}^\infty = \mathcal{P}^{-1}\vec{p} \quad (5.20)$$



Entsprechend Anhang A.3 folgt für die linearen Suszeptibilitäten  $\chi_{L1}$  für Laser 1 und  $\chi_{L2}$  für Laser 2, d.h. den Zusammenhang zwischen der Antwort der atomaren Dipole  $\mathcal{P}$  auf die Laseranregung  $\mathcal{E}$ ,

$$\chi_{L1} = \frac{3}{4\pi^2} \left( \frac{\gamma_{31}}{\Omega_{13}} \rho_{13}^* + \frac{\gamma_{41}}{\Omega_{14}} \rho_{14}^* \right) \quad (5.21)$$

$$\chi_{L2} = \frac{3}{4\pi^2} \left( \frac{\gamma_{32}}{\Omega_{23}} \rho_{23}^* + \frac{\gamma_{42}}{\Omega_{24}} \rho_{24}^* \right) \quad (5.22)$$

Der Realteil beschreibt die Refraktion, der Imaginärteil die Absorption des entsprechenden Lasers.

## 5.2 Bewegungsgleichungen für Geschwindigkeitsklassen

Es werden  $N_v$  Geschwindigkeitsklassen  $\{v_1, \dots, v_{N_v}\}$  des vorstehend beschriebenen Systems betrachtet. Die Zustände der einzelnen Systeme werden mit  $\vec{\rho}_n, n = 1 \dots N_v$  beschrieben und deren Zeitentwicklung mit dem Propagator  $\mathcal{M}_n$ , der die entsprechenden Frequenzen für die jeweilige Geschwindigkeitsklasse durch die Detunings

$$\delta_{L1,n} = \omega_{L1}^{(lab)} \left( 1 - \frac{v_n}{c} \right) - \omega_{12} \quad (5.23)$$

$$\delta_{L2,n} = \omega_{L2}^{(lab)} \left( 1 - \frac{v_n}{c} \right) - \omega_{23} \quad (5.24)$$

berücksichtigt. Die VCCPC werden durch einen Kollisionskernel  $W$  beschrieben, dessen Element  $W_{nm}$  die Rate angibt, mit der Atome aus der Geschwindigkeitsklasse  $m$  in die Geschwindigkeitsklasse  $n$  wechseln. Da dieser Wechsel kohärenz-erhaltend angenommen wird, sind diese Raten zwischen den einzelnen Dichtematrixelementen zweier Klassen jeweils gleich

$$\dot{\vec{\rho}}_n = \mathcal{M}_n \vec{\rho}_n + \sum_{m=1}^{N_v} W_{nm} \vec{\rho}_m \quad (5.25)$$

Um Teilchenzahlerhaltung zu gewährleisten, muss die Rate **aus** einer Geschwindigkeitsklasse heraus  $W_{nn}$  der **Summe** der Raten aus dieser Klasse in andere Klassen entsprechen

$$W_{nn} = - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{N_v} W_{mn} \quad (5.26)$$

Analog des einzelnen Systems wird entweder der Eigenvektor zum Eigenwert 0 des **Gesamt**systems bestimmt oder eine Normierungsbedingung eingefügt. Im einfachsten Fall nimmt man eine eindimensionale Maxwellgeschwindigkeitsverteilung ( $v_n$  äquidistant) an

$$p_n = \mathcal{N} e^{-\left(\frac{v_n}{v_0}\right)^2} \quad (5.27)$$

Die Normierung für die Gesamtteilchenzahl  $N$  ergibt sich zu

$$\mathcal{N} = \frac{N}{\sum_{n=1}^{N_v} e^{-\left(\frac{v_n}{v_0}\right)^2}} \quad (5.28)$$

wobei  $v_0$  ist die wahrscheinlichste thermische Geschwindigkeit für ein Teilchen der Masse  $m$  bei einer Temperatur  $T$  ist

$$v_0 = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} . \quad (5.29)$$

Der einfachste Kollisionskernel beschreibt eine vollständige Thermalisierung bei jedem Stoß gemäß der Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung und ist mit dieser automatisch konsistent. Mit  $R$  als Stoßrate ergibt sich<sup>1</sup>

$$W_{nm} = \frac{1}{N} \begin{cases} R p_n & n \neq m \\ R(p_n - N) & n = m \end{cases} . \quad (5.30)$$

Die linearen Suszeptibilitäten  $\chi_{L1}$  für Laser 1 und  $\chi_{L2}$  für Laser 2 des Gesamtsystems ergeben sich unter Berücksichtigung der Geschwindigkeitsklassen analog (5.21) und (5.22) zu

$$\chi_{L1} = \frac{3}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_v} \left( \frac{\gamma_{31}}{\Omega_{13}} \rho_{n,13}^* + \frac{\gamma_{41}}{\Omega_{14}} \rho_{n,14}^* \right) \quad (5.31)$$

$$\chi_{L2} = \frac{3}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{N_v} \left( \frac{\gamma_{32}}{\Omega_{23}} \rho_{n,23}^* + \frac{\gamma_{42}}{\Omega_{24}} \rho_{n,24}^* \right) . \quad (5.32)$$

### 5.3 Numerische Ergebnisse

Die folgenden Ergebnisse stellen die Spektren für verschiedene Stoßraten der VCCPC dar. Es werden folgende Parameter verwendet:  $\Omega_{13} = \Omega_{14} = \Omega_{23} = \Omega_{24} = 2\pi \cdot 15$  kHz,  $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma_{41} = \gamma_{42} = 2\pi \cdot 3$  MHz,  $\Gamma_{11} = \Gamma_{12} = \Gamma_{21} = \Gamma_{22} = 2\pi \cdot 32$  Hz,  $\omega_{23} = 2\pi \cdot 3.85 \cdot 10^{14}$  Hz,  $\omega_{12} = 2\pi \cdot 6835$  MHz und  $\omega_{34} = 2\pi \cdot 157$  MHz. In die Rechnungen gehen jeweils 1000 Geschwindigkeitsklassen ein.

Es ist zu betonen, dass eine konstante Grundzustandsrelaxationsrate angenommen wird, die experimentell nicht ohne weiteres zu realisieren ist, es sei denn man beobachtet das Dopplerspektrum eines kubischen Volumens in der Größenordnung eines Kubikmeters ( $\hat{=} v_0 \approx 240$  m/s und  $\Gamma_D \approx 2\pi \cdot 64$  Hz)! Weiterhin werden Effekte wie Stoßverbreiterung sowie Stoßverschiebung der Linien nicht berücksichtigt. Diese Effekte sind additiv zu verstehen und werden in Kapitel 3.7 diskutiert. Die bei den durchgeführten Experimenten vorliegende VCCPC-Rate beträgt etwa  $R = 10 \dots 100$  MHz (vgl. Kapitel 6.9).

#### 5.3.1 Absorption des durchgestimmten Lasers

In Abbildung 5.2 ist der Dopplerfall dargestellt. In großen Bereichen der Dopplerkurve ist jeweils nur ein unteres Hyperfeinstrukturniveau an Absorptionsprozessen beteiligt und wird durch spontane Emission in das andere untere Hyperfeinstrukturniveau leergepumpt. Diesem Prozess wirkt nur die Grundzustandsrelaxationsrate entgegen. Aus diesem Grund treten bei  $\delta_{L1}^{(lab)} = 0, \pm 157$  MHz

<sup>1</sup>Die Stoßrate ist von der jeweiligen Geschwindigkeitsklasse abhängig. Da jedoch nur ein kleiner Anteil der Geschwindigkeitsklassen signifikant beiträgt, sowie bei schweren Alkaliatomen in einem leichten Puffergas die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Stoßrate nicht so sehr ins Gewicht fällt, ist diese Näherung für qualitative Betrachtungen gerechtfertigt.

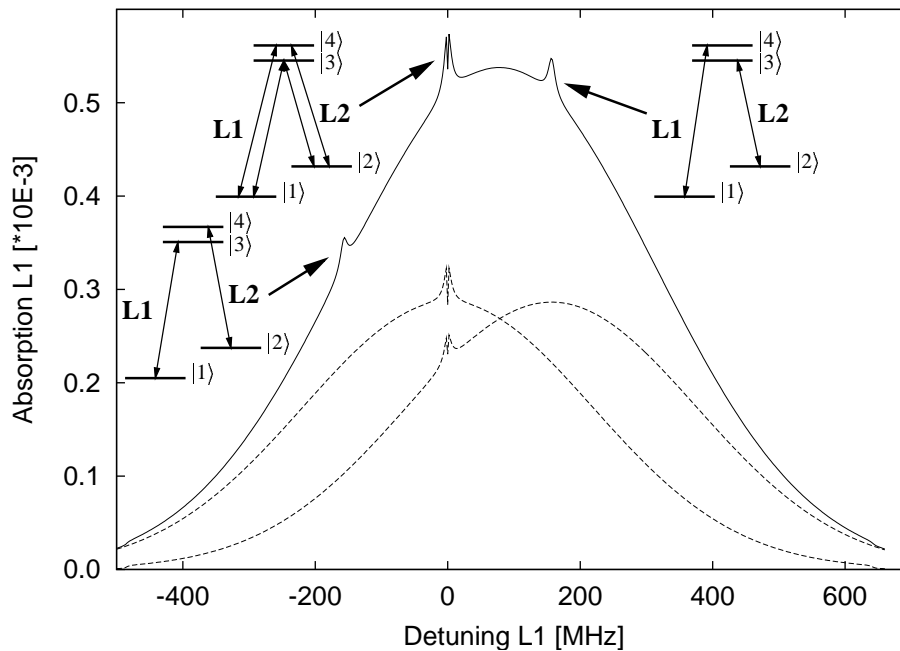


Abbildung 5.2: Absorption des durchgestimmten Lasers als Funktion des “detunings”  $\delta_{L1}^{(lab)}$  mit  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0$ . Gestrichelt sind die Kurven für die beiden 3-Niveausysteme, wie sie durch Weglassen von jeweils einem oberen Niveau resultieren, eingezeichnet. Die gestrichelte Kurve mit dem Maximum weiter links entspricht dem  $1\Lambda_2^3$ -System, die andere dem  $1\Lambda_2^4$ -System. Bei  $\delta_{L1}^{(lab)} = 0, \pm 157$  MHz treten dopplerfreie Rückpump-Peaks auf.

Doppler-freie Rückpumppeaks auf. Hierbei wird die Population durch zwei resonante Übergänge zwischen den beiden unteren Hyperfeinstruktur-niveaus hin und hergepumpt und dadurch eine erhöhte Absorption beobachtet. Die Höhe der Rückpumppeaks wird durch das Verhältnis von intensitätsabhängiger Pumprate zu Grundzustandsrelaxationsrate bestimmt.

In Abbildung 5.3 ist die Absorption des durchgestimmten Lasers in Abhängigkeit von  $\delta_{L1}^{(lab)}$  bei verschiedenen Stoßraten dargestellt. Der Bereich der DR ist vergrößert in den Diagrammen eingezeichnet. Die Ordinatenkalierung aller vergrößerten Ausschnitte ist identisch.

Man beobachtet zunächst ein Verschwinden der dopplerfreien Rückpump-Peaks. Die Kopplungsrate zwischen den Geschwindigkeitsklassen ist im Fall von  $R = 100$  kHz bereits deutlich größer als die Pumprate ( $\Omega \approx 2\pi \cdot 15$  kHz) und bewirkt damit eine Ausschmierung der dopplerfreien Rückpumppeaks auf die gesamte dopplerverbreiterte Absorptionskurve. Bei weiter zunehmender Stoßrate bildet sich ein “Dicke-Narrowing” [12] des Dopplerprofils aus. Für sehr hohe Stoßraten  $R \approx 10$  GHz  $\gg \gamma$  sind die oberen Hyperfeinstruktur-niveaus im Abstand von 157 MHz auflösbar. Abbildung 5.4 zeigt die Absorption des durchgestimmten Lasers im Bereich der DR bei einer etwa hunderttausendmal feineren Frequenzauflösung für verschiedene Stoßraten. Die gestrichelten Kurven sind autoskalierte Vergrößerungen der durchgezogenen. Im Dopplerfall liegt eine

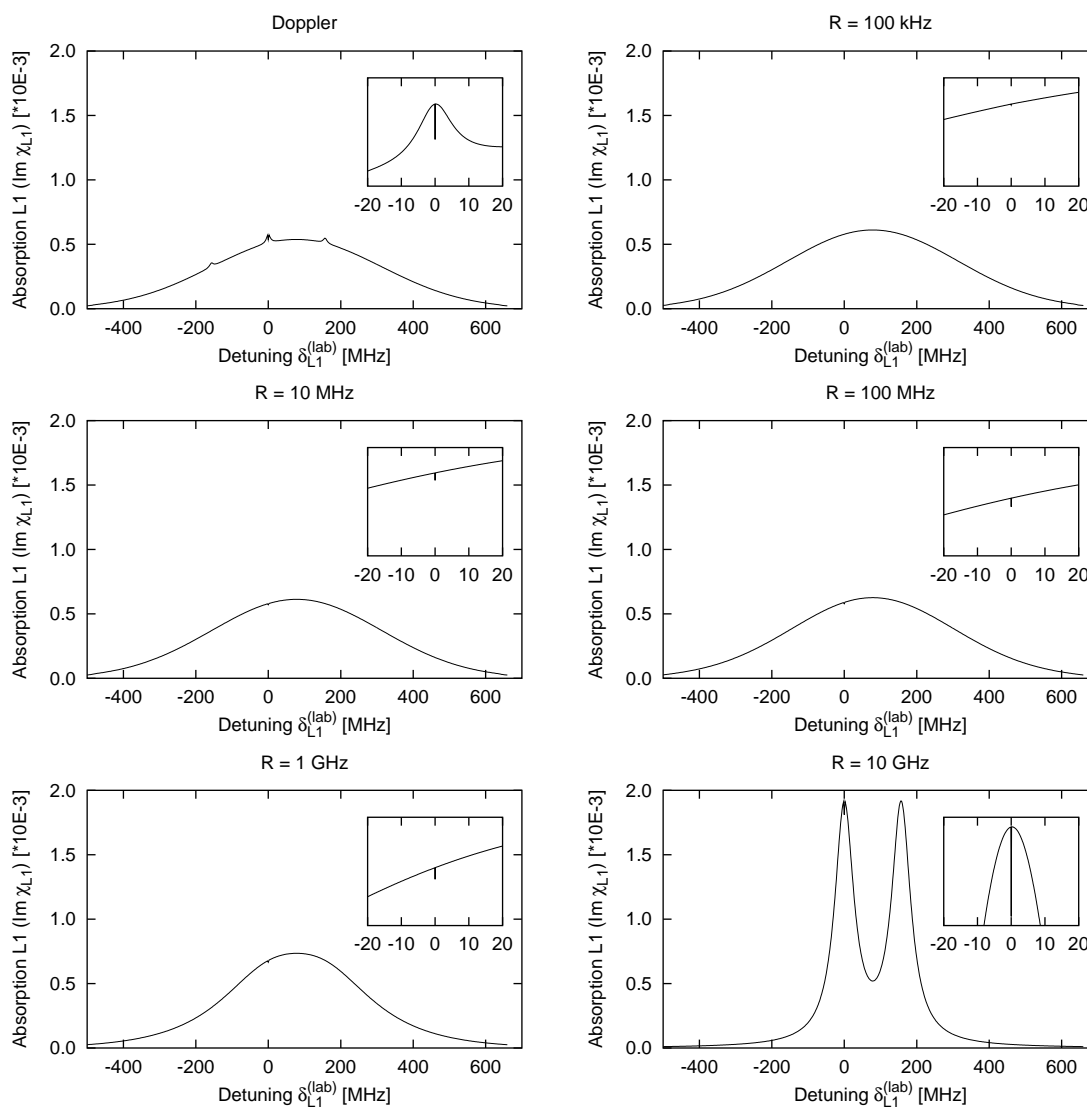


Abbildung 5.3: Absorption (Imaginärteil der linearen Suszeptibilität) des durchgestimmten Lasers 1 als Funktion des “detunings”  $\delta_{L1}^{(lab)}$  bei  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0$ .  $R$  bezeichnet die Stoßrate der vollständig thermalisierenden Stöße. Die Achsenskalierungen der vergrößerten Ausschnitte sind gleich.

Aufspaltung der DR in zwei DR aufgrund der beteiligten zwei oberen Hyperfeinstruktur-niveaus (vgl. Kapitel 4.4, Gl. 4.25) vor.

Die relevante Dynamik findet auf der Zeitskala der DR-Breite bzw. der Dopplerverschiebung statt und damit ist die Stoßrate zu vergleichen. Bei Stoßraten in diesem Bereich findet zunächst eine Verbreiterung, wie bereits von [17] gefunden, statt, da durch Kopplung der verschiedenen

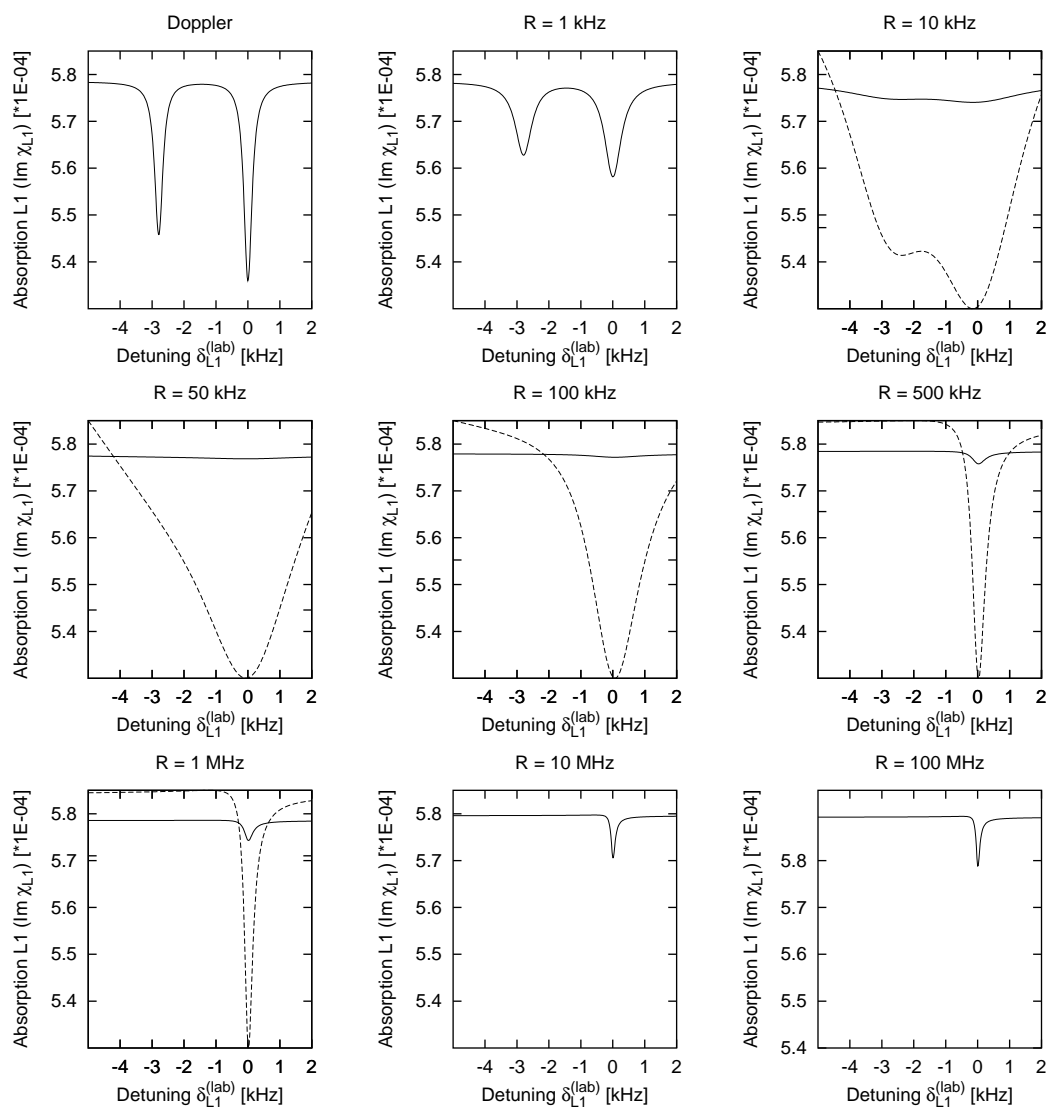


Abbildung 5.4: Absorption (Imaginärteil der linearen Suszeptibilität) des durchgestimmten Lasers 1 als Funktion des “detunings”  $\delta_{L1}^{(lab)}$  bei  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0$ .  $R$  bezeichnet die Stoßrate der vollständig thermalisierenden Stöße. Die gestrichelten Kurven sind autoskalierte und nicht mit der Ordinatenbeschriftung übereinstimmende Darstellungen.

Geschwindigkeitsklassen eine Relaxation in nicht resonante Systeme erfolgt. Für Stoßraten  $R$ , die groß gegenüber der Aufspaltung bzw. Verschiebung sind, tauchen die DR um den entsprechend der Geschwindigkeitsverteilung gewichteten Mittelwert der Dopplerverschiebung  $\bar{\delta}_{L1}^{(lab)}$  auf. Für eine um 0 symmetrische Verteilung wie in dem numerischen Beispiel gilt  $\bar{\delta}_{L1}^{(lab)} = 0$ . Aus der Sicht

der Atome betrachtet sehen diese bei hohen Stoßraten nur noch Phasenfluktuation zwischen den beiden Lasern. Entscheidend für die Lage der DR wird der mit der Geschwindigkeitsverteilung  $P(v)$  gewichtete Mittelwert

$$\bar{\delta}_{L1}^{(lab)} = \int dv P(v) \left( \omega_{Hf} \frac{v}{c} \right) . \quad (5.33)$$

Die Dopplerverbreiterung verschwindet, da die Kopplung durch die VCCPC-Rate nicht mehr eine Relaxation in nicht resonante Niveaus bewirkt, sondern vielmehr alle Niveaus an der DR beteiligt. Die Breite nähert sich dann der durch die Grundzustandsrelaxation gegebenen an.

Als mechanisches Modell könnte man sich ein Ensemble an harmonischen Oszillatoren mit unterschiedlichen Eigenfrequenzen entsprechend der Dopplerbreite vorstellen, die bei einer einzigen Frequenz angeregt werden. Die Stoßrate wird durch die Kopplungsstärke dieser Oszillatoren untereinander implementiert. Für keine Kopplung (Dopplerfall) tragen nur Oszillatoren, die entsprechend innerhalb ihrer Linienbreite resonant sind, bei. Für schwache Kopplung steigt zunächst die Dämpfung und damit die Linienbreite an, da jeder Oszillator auch an viele nicht resonante Oszillatoren koppelt. Im Falle einer starken Kopplung, d.h. die Kopplung ist stärker als die Eigenfrequenzen, liegt effektiv ein einziger Oszillator mit der Summe der Einzelmassen und der Summe der Federkonstanten als Gesamtfederkonstante vor.

### 5.3.2 Absorption des fixierten Lasers

In Abbildungen 5.5 und 5.6 ist die Absorption des **fixierten** Lasers 2 als Funktion der Verstimmung  $\delta_{L1}^{(lab)}$  des durchgestimmten Lasers 1 aufgetragen. Über weite Bereiche liegt eine konstante Absorption vor, die bis auf die DR- und Rückpumpstruktur der Absorption von Laser 1 für  $\delta_{L1}^{(lab)} = 0$  entspricht. Die Rückpumpeaks sind durch erhöhte Absorption zu erkennen. Im Bereich der DREN ist das Absorptionsverhalten ähnlich dem von Laser 1. Durch Vergleich von Abb. 5.6 mit Abb. 5.4 ist für  $R = 100$  MHz deutlich eine Spiegelsymmetrie der DREN um  $\delta_{L1}^{(lab)} = 0$  vorhanden. Da die absolute Frequenz der beiden Laser auf der Skala der DR keine Rolle spielt, kann man ein “detuning” von Laser 1 als “detuning” mit umgekehrtem Vorzeichen von Laser 2 gemäß  $\delta_{L2}^{(lab)} = -\delta_{L1}^{(lab)}$  interpretieren und damit diese Spiegelsymmetrie erklären.

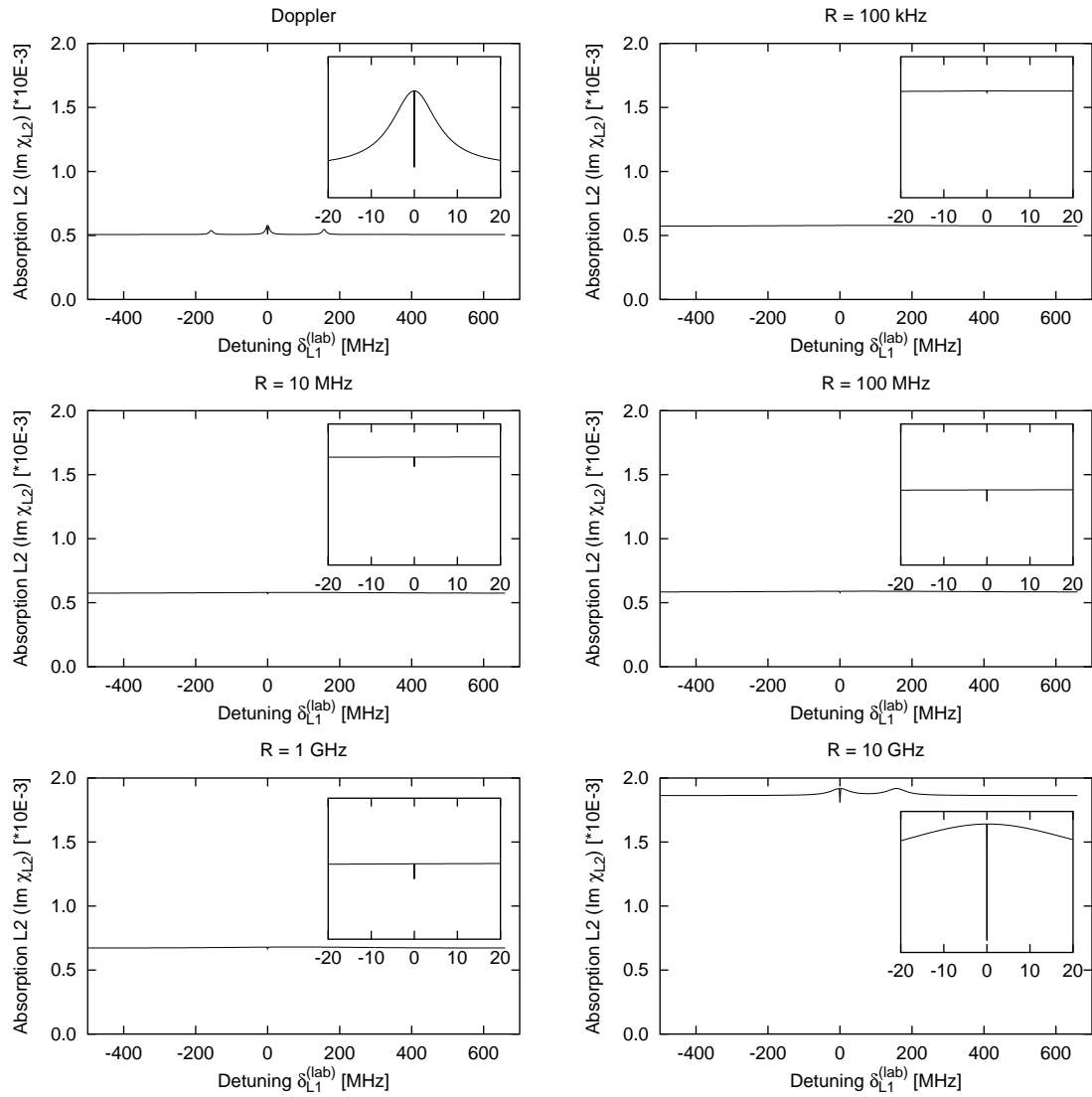


Abbildung 5.5: Absorption (Imaginärteil der linearen Suszeptibilität) des fixierten Lasers 2 als Funktion des “detunings”  $\delta_{L1}^{(lab)}$  bei  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0$ .  $R$  bezeichnet die Stoßrate der vollständig thermalisierenden Stöße. Die Achsenskalierungen der vergrößerten Ausschnitte sind gleich.

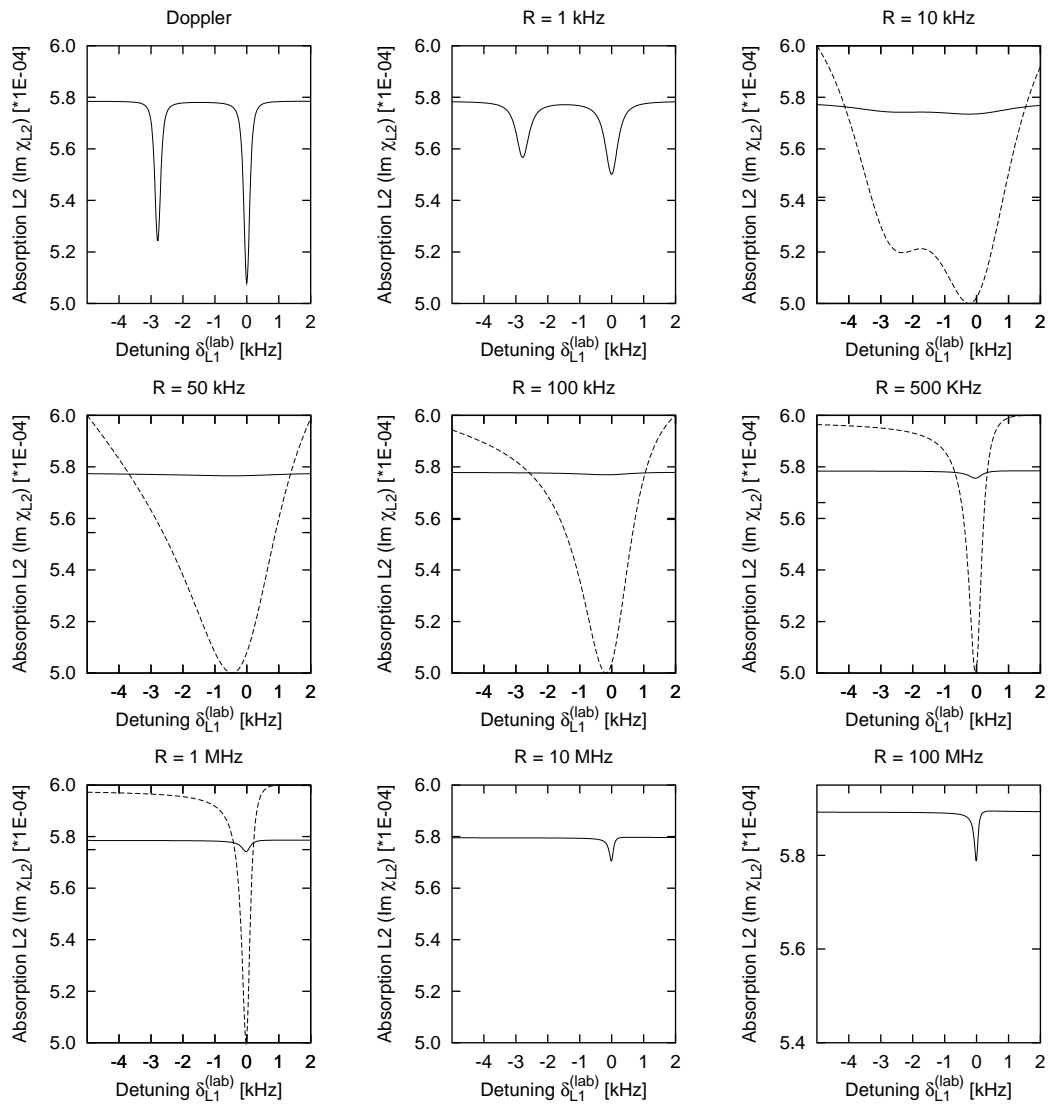


Abbildung 5.6: Absorption (Imaginärteil der linearen Suszeptibilität) des fixierten Lasers 2 als Funktion des “detunings”  $\delta_{L1}^{(lab)}$  bei  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0$ .  $R$  bezeichnet die Stoßrate der vollständig thermalisierenden Stöße. Die gestrichelten Kurven sind autoskalierte und nicht mit der Ordinatenbeschriftung übereinstimmende Darstellungen.



## 5.3.3 Refraktion des durchgestimmten Lasers

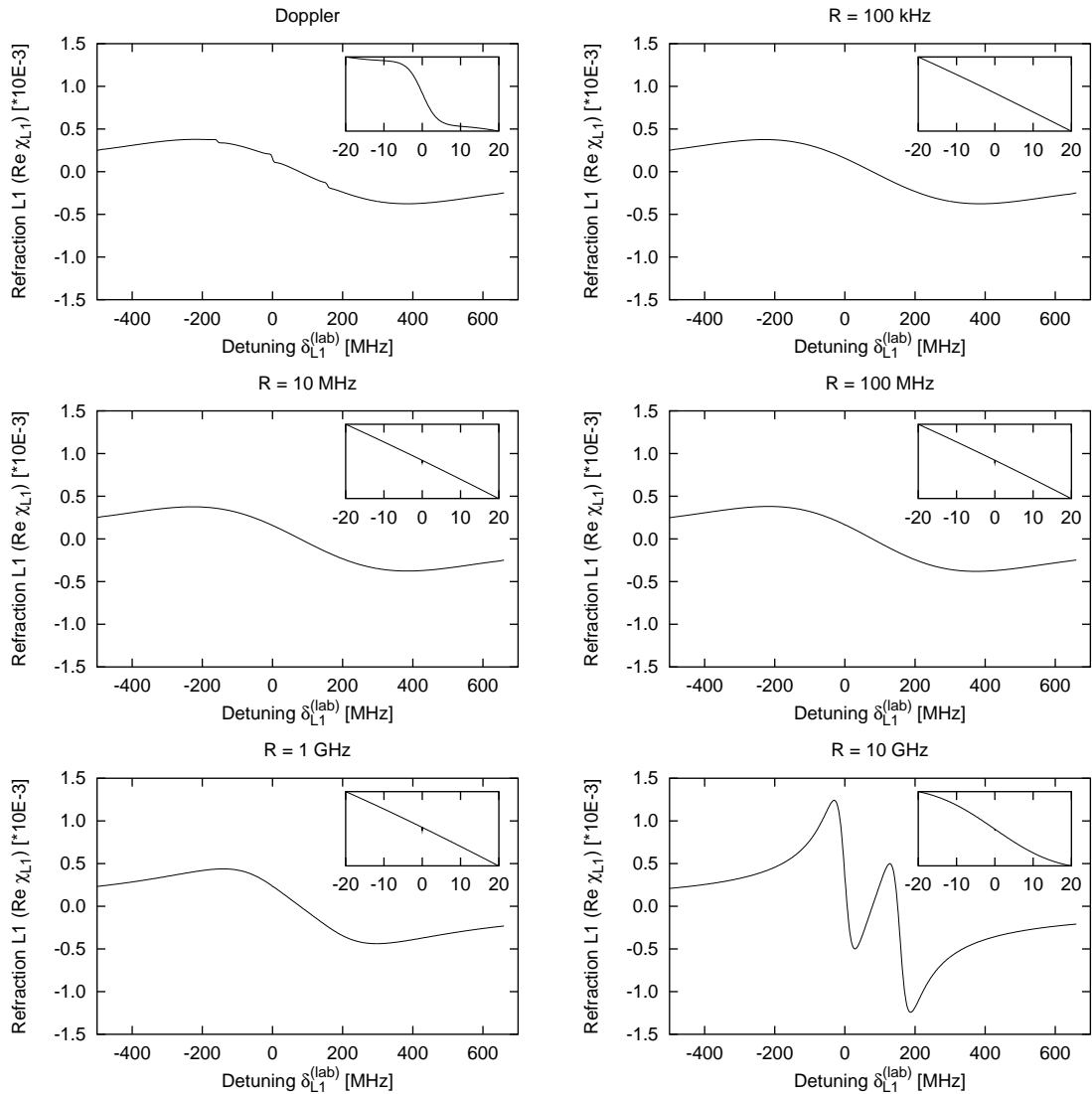


Abbildung 5.7: Refraktion (Realteil der linearen Suszeptibilität) des durchgestimmten Lasers 1 als Funktion des “detunings”  $\delta_{L1}^{(lab)}$  bei  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0$ . R bezeichnet die Stoßrate der vollständig thermalisierenden Stöße.

Aus Vollständigkeitsgründen ist in Abb. 5.7 die Refraktion des durchgestimmten Lasers als Funktion von  $\delta_{L1}^{(lab)}$  dargestellt. Das Dopplerprofil hat den qualitativen Verlauf eines 2-Niveau-Atoms. An der Stelle der dopplerfreien Rückpump-Peaks tritt eine größere Steigung auf. Analog zur Absorption verschwindet der Effekt der Rückpumpeaks bei zunehmender Stoßrate, bis letzt-

endlich im Dicke-Limit die Beiträge der beiden oberen Hyperfeinstrukturniveaus auflösbar sind. Im Bereich der DR treten sehr große Steigungen der Refraktion (vgl. Abb. 5.8) auf. Bei einer

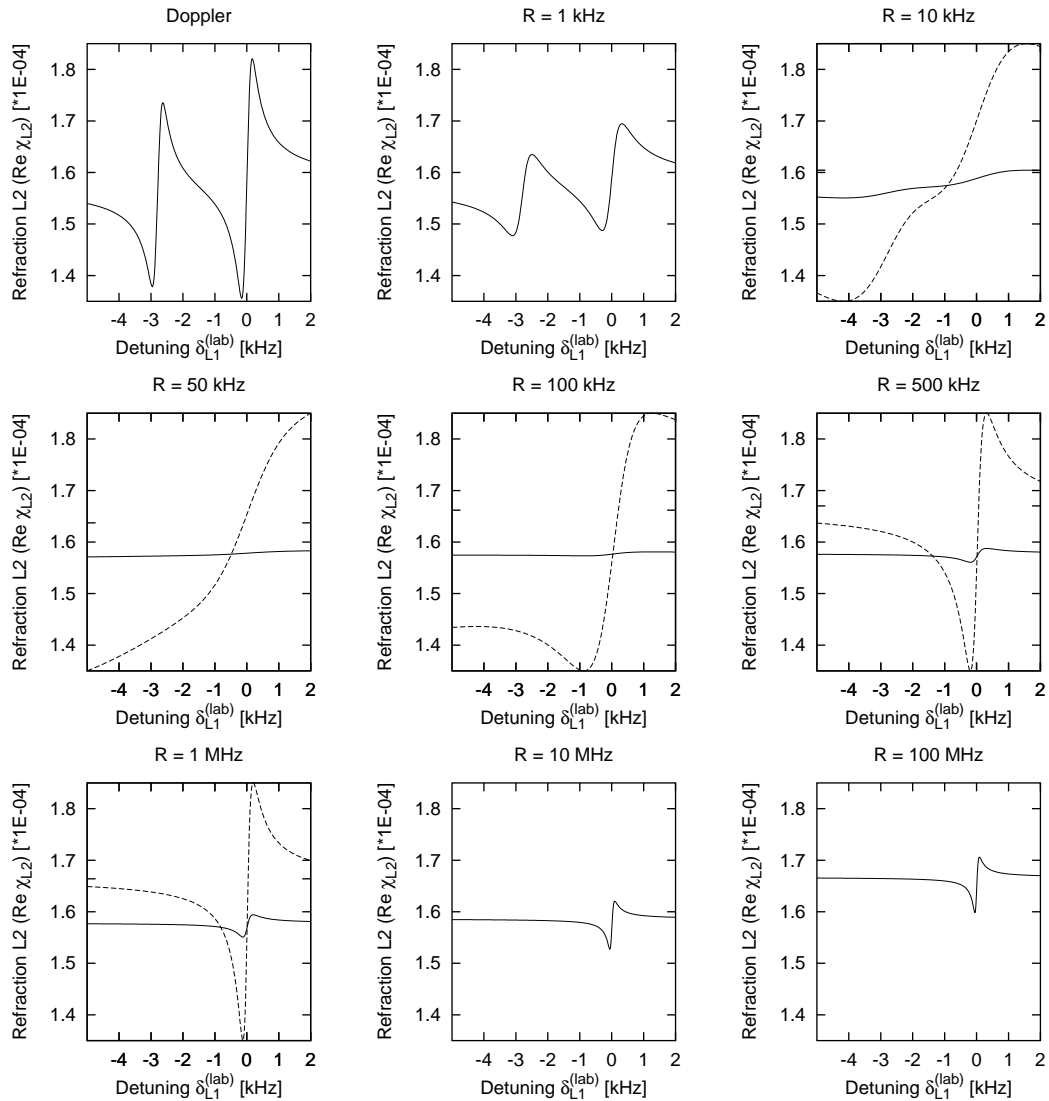


Abbildung 5.8: Refraktion (Realteil der linearen Suszeptibilität) des durchgestimmten Lasers 1 als Funktion des “detunings”  $\delta_{L1}^{(lab)}$  bei  $\delta_{L2}^{(lab)} = 0$ . R bezeichnet die Stoßrate der vollständig thermalisierenden Stöße. Die gestrichelten Kurven sind autoskalierte und nicht mit der Ordinatenbeschriftung übereinstimmende Darstellungen.

Stoßrate von  $R = 10 \dots 100$  MHz kann diese im Bereich von 100 Hz um  $\delta_{L1}^{(lab)} = 0$  herum mit

$$\operatorname{Re} \frac{\partial \chi}{\partial \omega} \approx \frac{10^{-5}}{4 \cdot 2\pi \cdot 32 \text{ Hz}} \quad (5.34)$$

angegeben werden. Für den Brechungsindex folgt daraus eine sehr große Steigung (vgl. Kapitel 7.2).

## 5.4 Fluktuationen als Geschwindigkeitsänderungen im Dicke-Limit

Für Stoßraten, die groß gegenüber allen systemspezifischen Zeitskalen sind, kann die Dopplerverschiebung aus Sicht eines einzelnen Atoms als Laserfluktuation interpretiert werden. Der Störhamiltonian  $\hat{H}_S$  beschreibt in diesem Fall korrelierte Fluktuationen

$$\hat{H}_S = \hbar \mu(t) \left( |1\rangle\langle 1| + \left( 1 - \frac{\omega_{12}}{\omega_{23}} \right) |2\rangle\langle 2| \right) \quad (5.35)$$

Die Fluktuation findet innerhalb des Dopplertals statt und es wird ein exponentieller Abfall der Korrelationsfunktion mit der Stoßrate  $R$  angenommen

$$\langle \mu(t) \mu(t') \rangle = \mathcal{N} e^{-R|t-t'|} \quad (5.36)$$

Um die Markov-Bedingung zu erfüllen, muss  $R$  größer als alle systemrelevanten Zeitskalen sein. Für den Korrelationsfaktor  $\Delta$  folgt

$$\Delta = \int_{-\infty}^t dt' \langle \mu(t) \mu(t') \rangle = \mathcal{N} \int_{-\infty}^t dt' e^{-R(t-t')} = \frac{\mathcal{N}}{R} \quad (5.37)$$

Die Normierung  $\mathcal{N}$  kann durch Vergleich von  $\langle \mu(t) \mu(t) \rangle$  mit der mittleren quadratischen Dopplerverschiebung bestimmt werden.

$$\mathcal{N} = \langle \mu(t) \mu(t) \rangle = \int dv \underbrace{\omega_{23}^2 \left( \frac{v}{c} \right)^2}_{\text{Dopplervers.}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}v_0} e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}}_{\text{Maxwell-Vertlg.}} = \frac{\omega_{23}^2 v_0^2}{2c^2} \quad (5.38)$$

Für die zusätzlichen Terme zu den Bewegungsgleichungen ergeben sich

$$\dot{\rho}_{12} + = -\Delta \left( \frac{\omega_{12}}{\omega_{23}} \right)^2 \rho_{12} \quad (5.39)$$

$$\dot{\rho}_{13} + = -\Delta \rho_{13} \quad (5.40)$$

$$\dot{\rho}_{23} + = -\Delta \rho_{23} \quad (5.41)$$

In Bild 5.3 wird die Absorptionskurve eines ruhenden  $\Lambda$ -Systems mit den zusätzlichen Termen (5.39)-(5.41) und  $\Delta \approx 2\pi \cdot 29.8$  MHz, was einer Stoßrate von  $R = 10$  GHz entspricht, dargestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit dem Modell aus 1000 Geschwindigkeitsklassen, die mit  $R=10$  GHz gekoppelt sind.

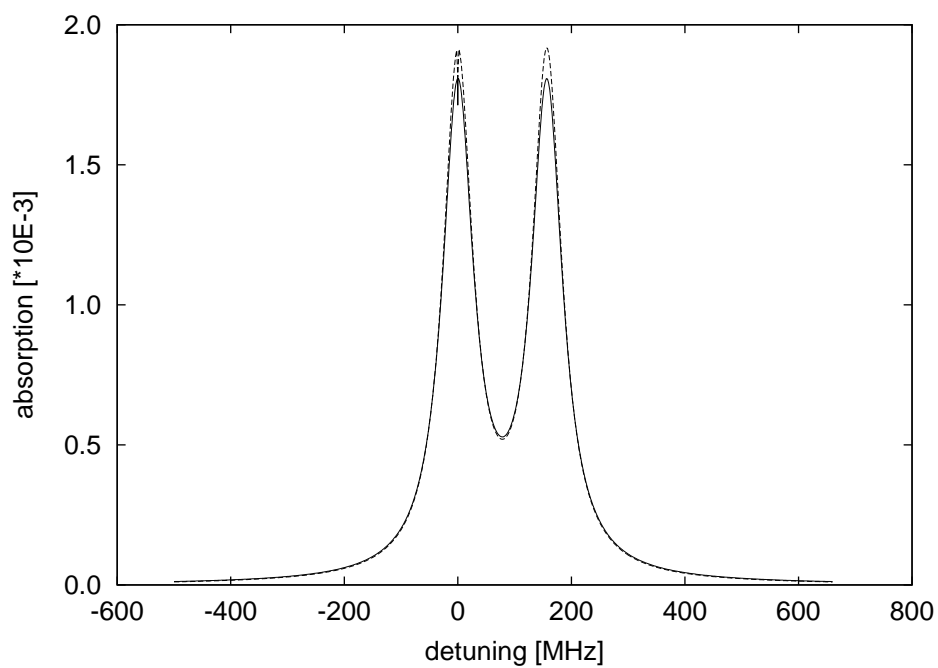


Abbildung 5.9: Absorption im Dicke-Limit. Gestrichelt ist die Kurve aus Abb. 5.3 rechts unten (1000 Geschwindigkeitsklassen) eingezeichnet, durchgezogen die Rechnung mit einer ruhenden Geschwindigkeitsklasse und den zusätzlichen Termen der Gleichungen (5.39)-(5.41). Weitere Parameter siehe Kapitel 5.3.

## Kapitel 6

# Experimentelle Realisierung von Dunkelresonanzen

In diesem Kapitel werden experimentelle Ergebnisse zu DREN an Rubidium in Puffergaszellen vorgestellt. Zunächst sollen der Versuchsaufbau und das Messprinzip beschrieben werden. Es wird der Einfluss des Magnetfeldes, der Intensität sowie der Position der Laser innerhalb des Dopplertals auf die Gestalt und Position der DR anhand von Messdaten untersucht und diskutiert. Abschließend wird die Messung der Relaxationsrate einer optisch gepumpten Grundzustandspopulationsdifferenz vorgestellt und mit den erreichten Breiten verglichen.

### 6.1 Versuchsaufbau

Als Lasersystem kommen zwei Diodenlaser zum Einsatz, die über eine externe Kavität sowie Strom und Temperatur abgestimmt werden [39]. Einer der beiden Laser, Laser 2, wird mit Hilfe einer Doppler-freien Sättigungsspektroskopie auf einen atomaren Übergang von Rubidium frequenzstabilisiert bzw. freilaufend betrieben, wobei die Frequenz über die Spektroskopie sowie ein Fabry-Perot-Interferometer kontrolliert wird. Die Bandbreite  $\Delta\omega_{RMS}$  beträgt ca. 60 kHz stabilisiert bzw. wenige MHz freilaufend.

Der zweite Laser, Laser 1, wird relativ zu diesem nachlaufsynchronisiert (“phase locked”) [26] mit einem Frequenzabstand, der der Hyperfeinstrukturaufspaltung von Rubidium, 3036 MHz bzw. 6835 MHz, entspricht. Dabei wird eine Phasenstabilität von  $\Delta\phi_{RMS} = 21^\circ$  und damit die in Kapitel 3.6 geforderte kritische Kreuzkorrelation erreicht. Das Regelsignal wird durch Überlagerung der beiden Laserstrahlen auf einer sehr schnellen Photodiode, Mischung des Photodiodesignals mit einem Hochfrequenzsignal eines computergesteuerten Mikrowellensynthesizers auf eine Zwischenfrequenz von 20 MHz und Vergleich dieser mit einem 20 MHz Referenzsignal durch einen Phasen-Frequenz-Detektor (PFD) generiert.

Die beiden zirkular und gleich polarisierten Laser werden durch eine “Single-Mode-Faser” exakt kollinear ausgerichtet, um die Dopplereffekte zu minimieren (vgl. Kapitel 4.3). Mit Hilfe eines Teleskops wird der Strahl aufgeweitet und durch die Spektroskopiezelle mit Länge 65 mm, Durchmesser 40 mm, die Rubidium in natürlichem Isotopengemisch sowie 6500 Pa Neon als Puffergas enthält, geschickt. Die Zelle befindet sich in einer dreifachen  $\mu$ -Metallabschirmung.

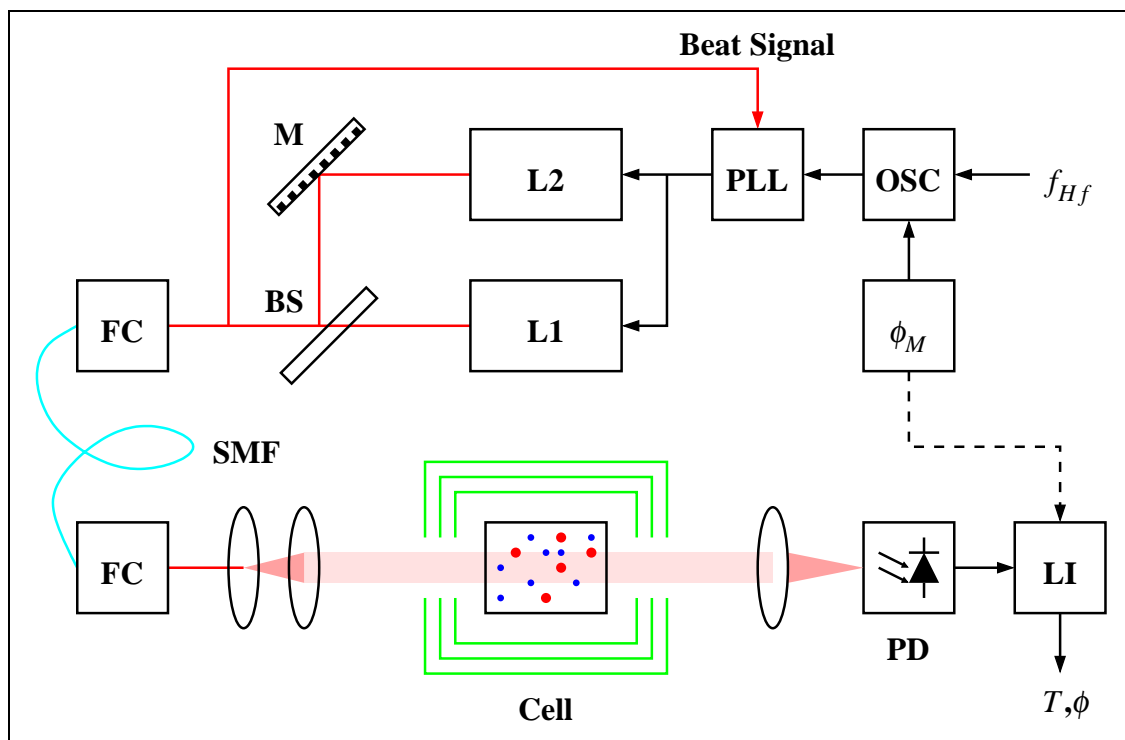


Abbildung 6.1: Zwei phasenstabilisierte Diodenlaser, deren Strahlen durch eine Single-Mode-Faser (SMF) kollinear ausgerichtet sind, werden durch die 3-fach- $\mu$ -Metall-abgeschirmte Spektroskopiezelle mit Rubidium und 6.5 kPa Neon als Puffergas geschickt. Die Transmission wird mittels FM-Spektroskopie beobachtet. Dazu wird die durchgestimmte Differenzfrequenz (OSC) der Phasenstabilisierung (PLL) phasenmoduliert ( $\phi_M$ ) und die Transmission  $T$  und Phase  $\phi$  mit einem Lock-In-Verstärker (LI) aufgenommen.

Die Transmission wird durch eine Photodiode detektiert und mit Hilfe eines ‘‘Lock-In’’-Verstärkers ausgewertet. Hierzu wird der 20 MHz-Referenzoszillator mit 1 kHz und einer Amplitude von  $\phi_M = 30^\circ$  phasenmoduliert.

## 6.2 Frequenzmodulationsspektroskopie und deren Spektren

Das mit der Frequenz  $\omega_M$  und der Amplitude  $\phi_M$  phasenmodulierte elektrische Feld des Lasers **L1** lautet

$$E_{L1} = E_0 e^{i(\omega_{L1}t + \phi_M \sin(\omega_M t))} + \text{c.c.} \quad (6.1)$$

Für eine kleine Phasenmodulation  $|\phi_M| \ll 1$  gilt näherungsweise

$$E \approx E_0 \left\{ e^{i\omega_{L1}t} + \frac{\phi_M}{2} \left( e^{i(\omega_{L1} + \omega_M)t} - e^{i(\omega_{L1} - \omega_M)t} \right) \right\} + \text{c.c.} \quad (6.2)$$

was einen Träger bei  $\omega_{L1}$  mit 2 Seitenbändern bei  $\omega_{L1} \pm \omega_M$  beschreibt. Die frequenzabhängige lineare Suszeptibilität des optischen Mediums wird wie folgt über eine Absorption  $\delta$  sowie Phase  $\phi$  definiert

$$\chi(\omega) = e^{-\delta(\omega)+i\phi(\omega)} \quad . \quad (6.3)$$

Nach Durchlaufen des Mediums entsteht aus  $E_{L1}$  das Laserfeld  $E'_{L1}$ . Es ist hierbei angenommen, dass die lineare Suszeptibilität auf jeder der 3 Frequenzkomponenten nicht durch das Vorhandensein der anderen Frequenzkomponenten beeinflusst wird und Vierwellenmischung, die Seitenbänder auf das Laserfeld von Laser **L2** aufprägen würde, keine Rolle spielt (vgl. Kapitel 7.1)

$$E'_{L1} = E_0 \left\{ \chi(\omega_{L1})e^{i\omega_{L1}t} + \frac{\phi_M}{2} \left( \chi(\omega_{L1}+\omega_M)e^{i(\omega_{L1}+\omega_M)t} - \chi(\omega_{L1}-\omega_M)e^{i(\omega_{L1}-\omega_M)t} \right) \right\} + \text{c.c.} \quad . \quad (6.4)$$

Der Photodetektor liefert ein Signal, das proportional  $|E'_{L1} + E'_{L2}|^2$  ist. Die Entwicklung der Exponentialfunktionen für kleine Phasenänderungen ( $|\phi(\omega \pm \omega_M) - \phi(\omega)| \ll 1$ ) liefert für die mit der Modulationsfrequenz  $\omega_M$  oszillierenden Terme

$$|E'_{L1}|^2 = |E_0|^2 \phi_M e^{-2\delta(\omega_{L1})} \left\{ (\delta(\omega_{L1}+\omega_M) - \delta(\omega_{L1}-\omega_M)) \cos(\omega_M t) + (\phi(\omega_{L1}+\omega_M) + \phi(\omega_{L1}-\omega_M) - 2\phi(\omega_{L1})) \sin(\omega_M t) \right\} \quad . \quad (6.5)$$

Ein ‘‘Lock-In’’-Verstärker, der mit der Modulationsfrequenz  $\omega_M$  synchronisiert wird, misst die Spannungen  $U_1$  und  $U_2$

$$U_1 \propto \delta(\omega_{L1}+\omega_M) - \delta(\omega_{L1}-\omega_M) \quad (6.6)$$

$$U_2 \propto \phi(\omega_{L1}+\omega_M) + \phi(\omega_{L1}-\omega_M) - 2\phi(\omega_{L1}) \quad , \quad (6.7)$$

die den in-Phase (6.6) bzw. zugehörigen Quadraturteil (6.7) repräsentieren. Der Quadraturanteil gibt die um  $\pi/2$  phasenverschobene Komponente des Messsignals an. Auf Abbildung 6.2 sind die beiden Signale der FM-Spektroskopie für eine Beispielmessung an einer DR dargestellt. Da in diesem Fall  $\omega_M \gg \Gamma_{DR}$  gilt, erübrigt sich für den in-Phase-Anteil die Inversion des Spektrums. Der linke nach oben zeigende Peak in Abb. 6.2 ist der  $\delta(\omega_{L1}+\omega_M)$ -Teil des in-Phase-Signals in Gl. (6.6). Auf der DR gilt  $\omega_{L1} + \omega_M = \omega_{L2} + \omega_{12}$  und die Transmission ist erhöht. Der rechte Peak stellt entsprechend den  $-\delta(\omega_{L1}-\omega_M)$ -Anteil von (6.6) dar. Die reale Position der DR auf der Skala von  $\omega_{L1}$  befindet sich in der arithmetischen Mitte der beiden Resonanzpositionen. Dort ist auch eine kleine Flanke zu erkennen, die auf einen Phasenfehler im Versuchsaufbau, d.h. die beiden Signale entsprechen nicht exakt dem in-Phase- bzw. Quadratur-Anteil, zurückzuführen ist. Analog ist das Quadratursignal durch Vergleich mit (6.7) zu interpretieren. Die Phasensprünge bei  $\omega_{L1} \pm \omega_M = \omega_{12} + \omega_{L2}$  und  $\omega_{L1} = \omega_{12} + \omega_{L2}$  sind deutlich zu erkennen. Numerische Inversionen derartiger Messdaten in Refraktionskurven werden u.a. in [40] diskutiert.

### 6.3 Präzisionsmessung einer Dunkelresonanz

Durch Verringerung der Laserleistung auf  $2 \times 1 \mu\text{W}$  und Strahlaufweitung auf  $r_0 = 1.44 \text{ cm}$  (zur genauen Definition der verwendeten Laserintensität siehe Anhang D) konnten DRen mit Linien-

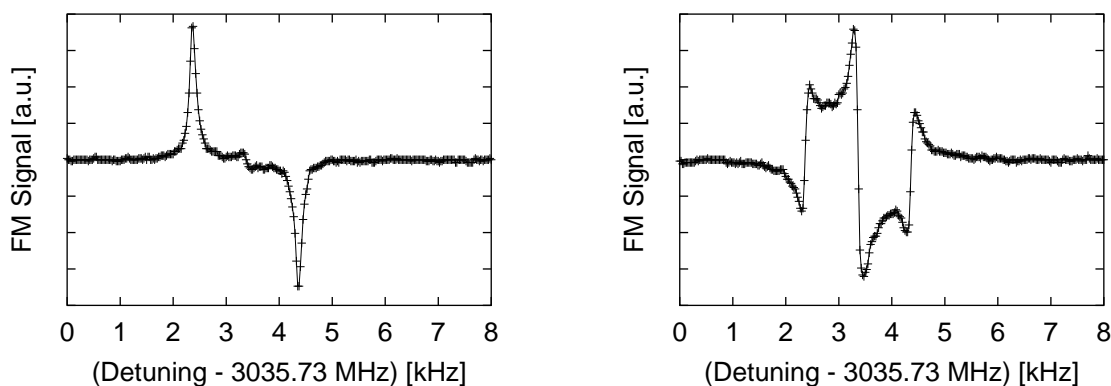


Abbildung 6.2: Frequenzmodulationsspektren einer DR an  $^{85}\text{Rb}$  mit  $I_0 \approx 2 \times 3 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $\omega_M = 1 \text{ kHz}$ ,  $\phi_M = 30^\circ$ . Links der in-Phase, rechts der zugehörige Quadratur-Anteil.

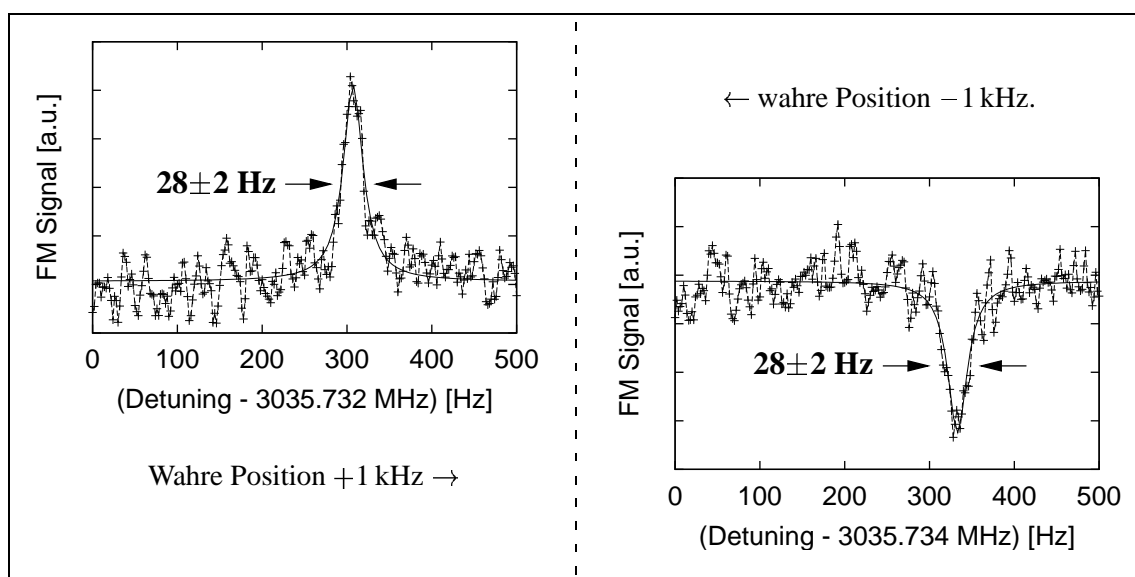


Abbildung 6.3: Gemessene schmale Linienbreiten  $\Gamma_{DR}/(2\pi)$  von unter 30 Hz. Experimentelle Parameter: Laserleistung  $P_0 = 2 \times 1 \mu\text{W}$ , Strahldurchmesser  $2r_0 = 2.9 \text{ cm}$ ,  $\omega_M = 2\pi \cdot 1 \text{ kHz}$  und  $\phi_M = 30^\circ$ .

breiten unter 30 Hz aufgelöst werden. Neben den in Abbildung 6.3 dargestellten Messungen wurden unter gleichen Bedingungen folgende Breiten gemessen:  $\Gamma_{DR}/(2\pi) = 36 \pm 4 \text{ Hz}$ ,  $43 \pm 3 \text{ Hz}$ ,  $27 \pm 2 \text{ Hz}$  und  $37 \pm 3 \text{ Hz}$ . Diese Breiten stellen eine Verringerung der an Rubidium gemessenen Linienbreite von 149 Hz [5] um den Faktor 5 dar.



## 6.4 Position der Dunkelresonanzen

In diesem Kapitel sollen die über DREN gemessenen Hyperfeinstrukturaufspaltungen mit Literaturwerten verglichen werden. Die gemessenen Positionen  $\omega_m^{(i)}$  für die DR sowie die entsprechenden Literaturwerte  $\omega_L^{(i)}$  lauten wie folgt.

	<sup>85</sup> Rb		<sup>87</sup> Rb
$\omega_m^{(1)}/2\pi$	3035.7334(3) MHz	$\omega_m^{(2)}/2\pi$	6834.6837(7) MHz
$\omega_L^{(1)}/2\pi$	3035.732(1) MHz	$\omega_L^{(2)}/2\pi$	6834.6826(1) MHz
$\delta_r^{(1)}/2\pi$	$1.5 \pm 0.3$ Hz/Pa <sup>a</sup>	$\delta_r^{(2)}/2\pi$	3 Hz/Pa [19]

<sup>a</sup>In diesem Kapitel berechnet.

Für die verwendete Zeitbasis wird eine relative Ungenauigkeit von  $\alpha$  angenommen, d.h. die exakte Frequenz  $\omega_r$  und die gemessene Frequenz  $\omega_m$  hängen wie folgt zusammen

$$\omega_m = (1 + \alpha) \omega_r \quad . \quad (6.8)$$

Die reale Abweichung  $\delta_r^{(i)}$  der gemessenen DR-Position vom Literaturwert beträgt hiermit

$$\delta_r^{(i)} = \frac{\omega_m^{(i)}}{1 + \alpha} - \omega_L^{(i)} \quad . \quad (6.9)$$

Eine für  $p = 6500$  Pa nach [19] berechnete Stoßverschiebung in <sup>87</sup>Rb von  $\delta_r^{(2)} = 19.45$  kHz liefert für  $\alpha = -2.7 \cdot 10^{-6}$ , ein Wert der mit der Herstellerangabe über die Langzeitstabilität der Zeitbasis (HP-Spektrum-Analysator ESA E4407B) von  $\pm 2 \cdot 10^{-6}$ /Jahr gut verträglich ist. Die Stoßverschiebung  $\delta_r^{(1)}$  für <sup>85</sup>Rb lässt sich daraus berechnen zu

$$\delta_r^{(1)} = \omega_m^{(1)} \left( \frac{\delta_r^{(2)} + \omega_r^{(2)}}{\omega_m^{(2)}} \right) - \omega_L^{(1)} \quad . \quad (6.10)$$

Mit der Annahme relativer Fehler von  $\pm 10^{-7}$  für  $\omega_m^{(i)}$ , in der Tabelle angegebenen Ungenauigkeiten für  $\omega_L^{(i)}$  und einem Fehler von 10% im Puffergasdruck folgt  $\delta_r^{(1)} = 9.6 \pm 2.2$  kHz, was einer Stoßverschiebung von  $1.5 \pm 0.3$  Hz/Pa für <sup>85</sup>Rb entspricht. Für <sup>85</sup>Rb ist uns kein Literaturwert bekannt. Ein Vergleich der Stoßverschiebungen von <sup>85</sup>Rb und <sup>87</sup>Rb zeigt, dass deren Verhältnis dem Verhältnis der magnetischen Kernmomente  $\mu(^{85}\text{Rb})/\mu(^{87}\text{Rb}) = 0.5$  entspricht.

## 6.5 Intensitätsabhängigkeit der Breite und Höhe

Breite und Kontrast wurden in umfangreichen Messungen bei verschiedenen Intensitäten studiert. Dabei wurden die Intensitäten der beiden Laser etwa gleich eingestellt und der “kleine” Strahldurchmesser mit  $2r_0 = 1.6$  cm (vgl. Anhang D) verwendet. Die gemessene Abhängigkeit der DR-Breite von der treibenden Laserintensität ist auf Abb. 6.4 dargestellt. Es ist eine lineare Abhängigkeit entsprechend der theoretischen Erwartung (3.28) bzw. (3.63) zu erkennen. Ein “Fit” mit der Funktion

$$\Gamma_{DR} = \Gamma_R + \alpha I_0 \quad (6.11)$$

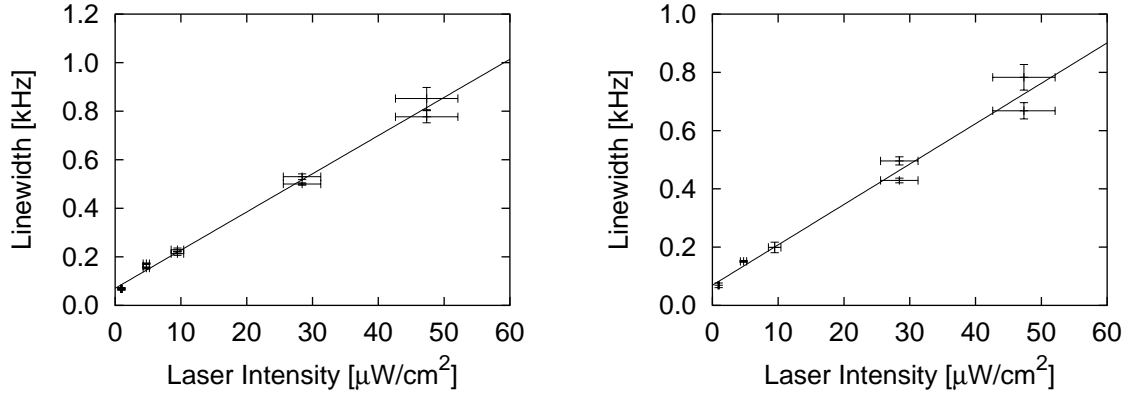


Abbildung 6.4: Intensitätsabhängigkeit der DR-Breite. Links  $^{85}\text{Rb}$  und rechts  $^{87}\text{Rb}$ . Die Intensität ist für beide Laser gleich (es ist hier die Einzelintensität angegeben) und in Anhang D definiert.

	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$	
$\Gamma_R/(2\pi)$	$70.3 \pm 11.2$	$69.1 \pm 27.1$	Hz
$\alpha/(2\pi)$	$15.7 \pm 0.4$	$13.9 \pm 0.9$	$\text{Hz}/\frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2}$
$n$	$2.35 \pm 0.32$	$2.12 \pm 0.15$	

Tabelle 6.1: “Fit”-Parameter für die Intensitätsabhängigkeit der DR-Breite und des DR-Kontrastes für  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$ .

liefert die in Tabelle 6.1 angegebenen Werte. Mit der Abhängigkeit zwischen Rabifrequenz und Intensität für Rubidium (vgl. Anhang E) erwartet man

$$\Gamma_{DR} = \Gamma_R + 2\pi \cdot 68.5 \text{ kHz} \cdot \text{MHz} \frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2} \times \frac{\langle I \rangle}{\frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{3L}}{2} + \frac{\Delta_{13}^c + \Delta_{23}^c}{2} + \frac{2\delta_{L2}^2}{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{3L} + \Delta_{13}^c + \Delta_{23}^c}} \quad (6.12)$$

Die Summe der Raten aus dem oberen Hyperfeinstrukturniveau heraus in die richtigen und falschen (=Verlustkanäle) Grundzustandsniveaus ist durch die optische Zerfallsrate von Rubidium ( $\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{3L}$ ) =  $2\pi \cdot 6$  MHz gegeben. Die Stoßverbreiterung von  $2\pi \cdot 525$  MHz für den Druck von 6500 Pa bedingt  $\Delta_{13}^c = \Delta_{23}^c = 2\pi \cdot 263$  MHz. Die Verlustrate, die durch Wechsel der Geschwindigkeitsklassen erfolgt, liegt im Bereich von einigen MHz (vgl. Kapitel 6.9) und kann ebenso wie die Linienbreite der Laser gegenüber der Stoßverbreiterung der optischen Übergänge vernachlässigt werden. Die Verstimmung  $\delta_{L2}$  liegt ebenfalls im Bereich von einigen 10 MHz und damit lautet die Intensitätsabhängigkeit in guter Näherung

$$\Gamma_{DR} = \Gamma_R + 2\pi \cdot 137 \text{ kHz} \cdot \text{MHz} \frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2} \frac{\langle I \rangle}{\Delta_{13}^c + \Delta_{23}^c} \quad (6.13)$$

Für die Steigung  $\alpha$  folgt als theoretisch erwarteter Wert  $\alpha/(2\pi) = 41.4 \text{ Hz}/\frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2}$ . Dieser Wert ist in Übereinstimmung mit den experimentellen Werten, da die räumliche Variation der Intensität entsprechend des Strahlprofils und entlang der Ausbreitungsrichtung durch die Zelle nicht berücksichtigt sowie die Rabi-Frequenzen nicht mit den Clebsch-Gordan-Koeffizienten<sup>1</sup> gewichtet worden sind. Trotz dieser Näherung bestätigt unsere Messung, dass die **Stoßverbreiterung auf den optischen Übergängen** die Intensitätsabhängigkeit der Breite wesentlich bestimmt und eine plausible Erklärung für die Abweichung zum reinen Modell- $\Lambda$ -Niveausystem [1] liefert. Der Vergleich der Grundzustandsrelaxationsrate  $\Gamma_R$  mit der konventionellen Relaxationsmessung über optisches Pumpen liefert ebenfalls eine gute Übereinstimmung (vgl. Kapitel 6.10).

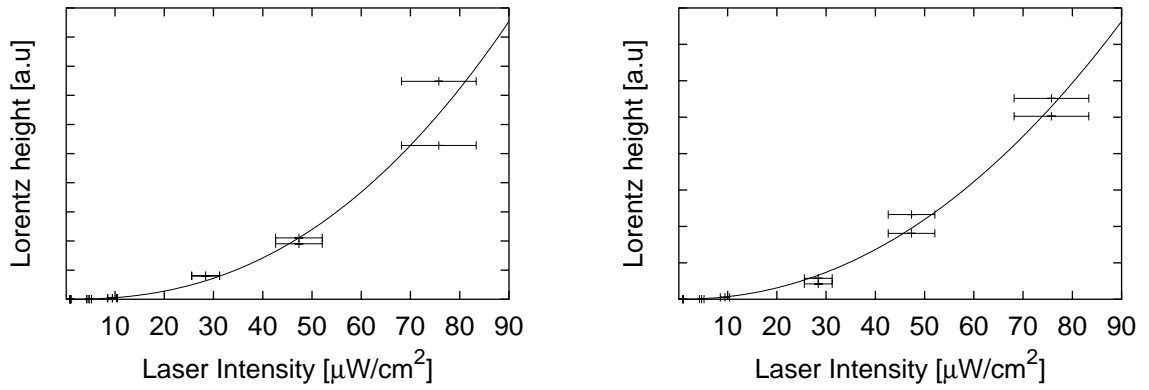


Abbildung 6.5: Intensitätsabhängigkeit der DR-Höhe. Links  $^{85}\text{Rb}$  und rechts  $^{87}\text{Rb}$ .

Abb. 6.5 zeigt die Abhängigkeit der DR-Höhe von der Intensität. Der Fit mit der Funktion

$$H_{DR} = C \cdot I_0^n \quad (6.14)$$

liefert die in Tabelle 6.1 angegebenen Werte. Die berechnete quadratische Abhängigkeit (3.31) für kleine Intensitäten wird im untersuchten Bereich gut bestätigt.

## 6.6 Position und Kontrast bei Laserverstimmung

In Abbildung 6.6 sind DR-Messungen für verschiedene Verstimmungen  $\delta_{L2}^{(lab)}$  des fixierten Lasers 2 dargestellt. Der Bereich der Verstimmung beträgt im linken Bild ca.  $2\pi \cdot 500 \text{ MHz}$  und im rechten Bild ca.  $2\pi \cdot 800 \text{ MHz}$ . Im Dopplerfall würde man nach Gleichung (4.12) eine Verschiebung der DR bei  $^{87}\text{Rb}$  (vgl. Tabelle 4.1) um  $2\pi \cdot 8.9 \text{ kHz}$  bzw.  $2\pi \cdot 14.2 \text{ kHz}$  erwarten. Bis auf eine Messung, die um wenige 100 Hz verschoben ist, ist dieser Effekt nicht zu beobachten. Damit wird die in Kapitel 5.3 theoretisch gefundene Linienverschiebung durch Puffergasstöße hervorragend bestätigt. Der Kontrast hat für resonante Anregung, d.h.  $\delta_{L2}^{(lab)}/(2\pi) = 0..157 \text{ MHz}$ , ein Maximum und nimmt für größere Verstimmungen deutlich ab.

<sup>1</sup>hier ist grob ein Wert von  $\frac{1}{4}$  anzunehmen und damit ergibt sich (vgl. Kapitel E)  $\alpha = 20.7 \text{ Hz}/\frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^2}$ .

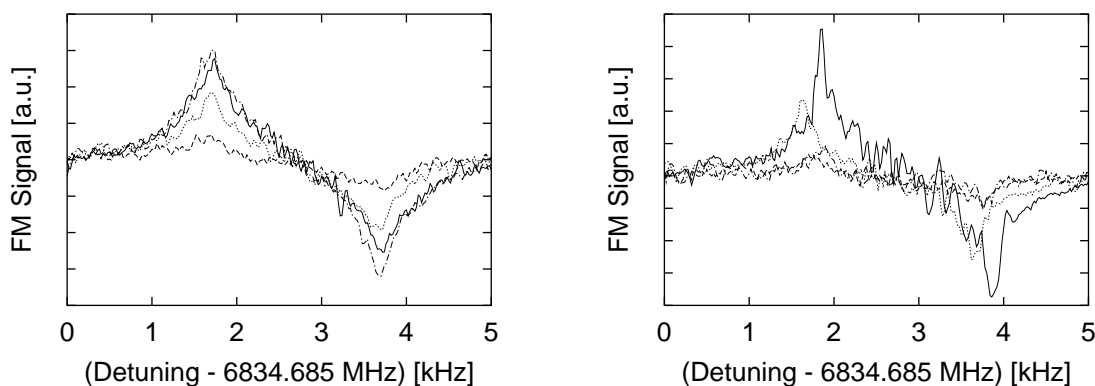


Abbildung 6.6: DR Messungen für unterschiedliche Verstimmung des fixierten Lasers 2. Parameter: zirkulare Polarisation,  $\omega_M = 2\pi \cdot 1$  kHz,  $\phi_M = 30^\circ$ . Links  $I_{L1} = I_{L2} \approx 24 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ , Verstimmungen  $\delta_{L2}/(2\pi) = -100 \pm 100$  MHz (Punkt),  $79 \pm 10$  MHz (Punkt-Strich),  $212 \pm 10$  MHz (Linie) und  $424 \pm 50$  MHz (Strich). Rechts  $I_{L1} = I_{L2} \approx 7 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ , Verstimmungen  $\delta_{L2}/(2\pi) = -400 \pm 200$  MHz (Punkt-Strich),  $0 \pm 10$  MHz (Linie),  $291 \pm 10$  MHz (Punkt) und  $424 \pm 50$  MHz (Strich).

## 6.7 Dunkelresonanzen als Magnetfeldsensor

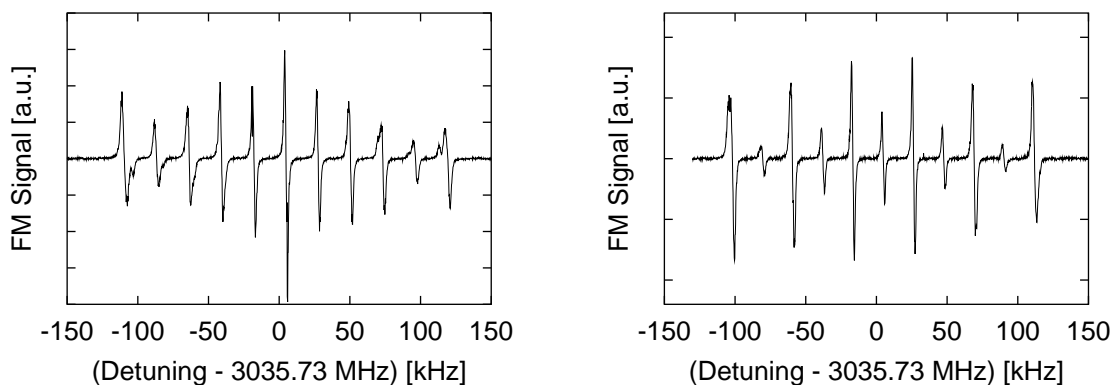


Abbildung 6.7: Gemessene Dunkelresonanzen an der  $^{85}\text{Rb}$ -D2-Linie. Experimentelle Daten:  $I_{L1} \approx 40 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ ,  $I_{L2} \approx 51 \mu\text{W}/\text{cm}^2$  bei unterschiedlichen Magnetfeldrichtungen.

Abbildung 6.7 zeigt ein komplettes Spektrum an DRen für  $^{85}\text{Rb}$ . Aufgrund der Zeemanaufspaltung von ca. 21 kHz pro Grundzustandsmagnetquantenzahl (vgl. Anhang E) folgt  $|B| \approx 5 \mu\text{T}$ . Der Ursprung für die erkennbare Aufspaltung der DRen am Rand des linken Spektrums ist ungeklärt, u.U. gibt es bei der verwendeten Abschirmung zwei Bereiche innerhalb der Spektroskopie-

zelle mit leicht unterschiedlichen Magnetfeldern.

## 6.8 Relaxationsmodell für Puffergaszellen

Für die Diffusionsrate  $\Gamma_D$  und Spinrelaxationsrate  $\Gamma_S$  in Puffergaszellen mit Zylindergeometrie gilt [36],[8],[2]

$$\Gamma_D + \Gamma_S = \frac{D}{p} \left[ \left( \frac{4.81}{d} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 \right] + \underbrace{\frac{p}{k_B T}}_{\text{Dichte}} \sigma_R \bar{v}, \quad (6.15)$$

wobei  $D$  die Diffusionskonstante,  $d$  der Laserstrahldurchmesser,  $l$  die Zellenlänge,  $p$  der Puffergasdruck,  $\sigma_R$  der Relaxationsstoßquerschnitt und  $\bar{v}$  die mittlere Relativgeschwindigkeit ist. Der erste Term beschreibt die Diffusionrate aus einem Zylinder heraus, der zweite Term die Relaxation durch kohärenzzerstörende Stöße. Für  $T=300$  K,  $d=1.6$  cm,  $l=6.5$  cm,  $\bar{v} = \sqrt{k_B T / m_{Ne}} = 500$  m/s und entsprechende Werte für Rb (vgl. Anhang E) erhält man

$$\Gamma_R / (2\pi) = \frac{\Gamma_D + \Gamma_S}{\pi} = \frac{150 \text{ kHz Pa}}{p} + 1.3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Hz}}{\text{Pa}} \cdot p. \quad (6.16)$$

Für Drücke von einigen tausend Pascal spielt die Stoßrelaxation bei dieser Zellengröße keine Rolle. Für den verwendeten Puffergasdruck von 6500 Pa kommt man auf  $\Gamma_R = 2\pi \cdot 23$  Hz. Die experimentell bestimmten Werte von  $\Gamma_R = 2\pi \cdot 70$  Hz sind etwa dreifach so groß und würden bei diesem einfachen Diffusionsmodell einem Strahldurchmesser von 0.9 cm entsprechen (vgl. Kapitel 6.5 und 6.10). Da der Kontrast und damit Beitrag der DR mit der Intensität abnimmt, ist u.U. der  $\frac{1}{e^2}$ -Durchmesser zu groß. Innerhalb der entsprechenden Modell- und Messgenauigkeit ist daher eine Übereinstimmung gegeben.

## 6.9 Abschätzung der VCCPC-Stoßrate

Aus den Potenzialkurven für Ne-Rb [14] kann der kinetische Stoßquerschnitt zu  $\sigma_k = \pi r^2 \approx 4 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$  ( $r \approx 0.35$  nm) abgeschätzt werden. Die Stoßrate beträgt dann

$$R_k = \underbrace{\frac{p}{k_B T}}_{\text{Dichte}} \sigma_k \bar{v}. \quad (6.17)$$

Die experimentellen Parameter  $p = 6500$  Pa und  $\bar{v} = 500$  m/s ergeben damit eine Stoßrate von  $R_k = 314$  MHz.

Die zugehörige Rate  $R$  für die Rechnungen aus Kapitel 5 ist deutlich niedriger anzusetzen, da im Experiment einige Stöße erfolgen müssen, um eine vollständige Thermalisierung, wie sie im theoretischen Modell angenommen wird, zu erreichen. Eine grobe Abschätzung legt die Annahme von Raten im Bereich  $R = 10 \dots 100$  MHz nahe.

Der Vergleich mit dem Stoßquerschnitt zur Grundzustandsrelaxation ( $\sigma_R = 3.3 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ ) zeigt, dass Rubidiumatome mit Neon  $10^7 \dots 10^9$  Stöße ohne Kohärenzverlust durchführen können und der Begriff "Velocity Changing Coherence Preserving Collisions" (VCCPC) damit gerechtfertigt ist.

## 6.10 Relaxationsmessung durch optisches Pumpen

Zur Einordnung der erreichten DR-Breite für niedrige Intensitäten wurden die Relaxationsraten zwischen den unteren Rb-Hyperfeinstruktur-niveaus durch optisches Pumpen bestimmt.

### 6.10.1 Messverfahren der Hyperfeinstrukturrelaxation

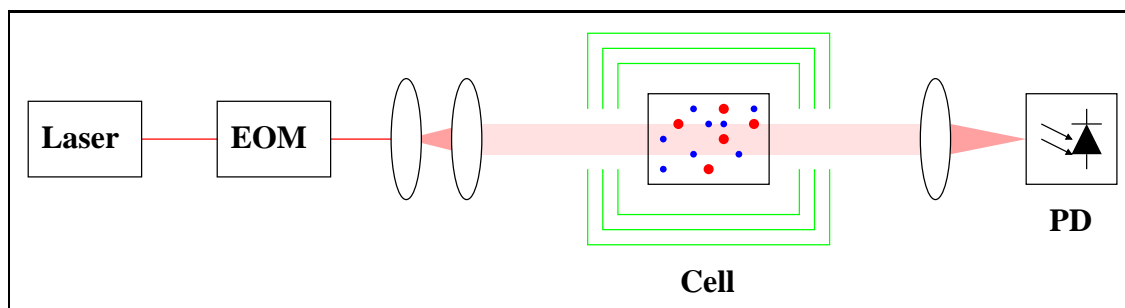


Abbildung 6.8: Versuchsaufbau zur Relaxationsmessung.

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 6.8 illustriert. Ein Laser wird mittels eines elektrooptischen Modulators (EOM) für verschiedene Dunkelzeiten  $\tau_D$  abgeschaltet und die Transmission durch die Zelle mit Rubidium in Neon als Puffergas beobachtet. Das Zeitdiagramm stellt Abb. 6.9 dar. Der Laser verbindet resonant das untere Hyperfeinstruktur-niveau **2** mit angeregten Zuständen und pumpt während der Hellphase einen Großteil der atomaren Population in das Niveau **1**. Die Transmission steigt dabei bis auf einen Gleichgewichtswert an, da die Absorption mit der Population in Niveau **2** abnimmt. Bei der folgenden Dunkelzeit  $\tau_D$  findet ein Relaxationsprozess zwischen den beiden Niveaus statt. Der Wert der Transmission nach dem Wiedereinschalten lässt eine unmittelbare Beobachtung des Relaxationsprozesses zu. Im rechten Teil von Abb. 6.9 sind Messkurven für verschiedene Dunkelzeiten dargestellt.

### 6.10.2 Messergebnisse für die Hyperfeinstrukturrelaxationsraten

Zur Interpretation der Kurven betrachtet man die Ratengleichungen für die Populationen der beiden Niveaus  $\rho_{11}$  und  $\rho_{22}$  während der Dunkelzeit. Da die Zerfallsrate der angeregten Niveaus im Vergleich zur restlichen Dynamik groß ist, gilt in guter Näherung  $\rho_{22} \approx 1 - \rho_{11}$ . Während der Dunkelzeit wird die Relaxation durch folgende Bewegungsgleichung beschrieben

$$\dot{\rho}_{11} = -\Gamma_{12}\rho_{11} + \Gamma_{21}\rho_{22} \quad (6.18)$$

$$= -\Gamma_{12}\rho_{11} + \Gamma_{21}(1 - \rho_{11}) \quad (6.19)$$

Mit dem gegebenen Anfangswert  $\rho_{11}(0)$  lautet die Lösung

$$\rho_{11}(t) = \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{12} + \Gamma_{21}} - \left( \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{12} + \Gamma_{21}} - \rho_{11}(0) \right) e^{-(\Gamma_{12} + \Gamma_{21})t} \quad (6.20)$$

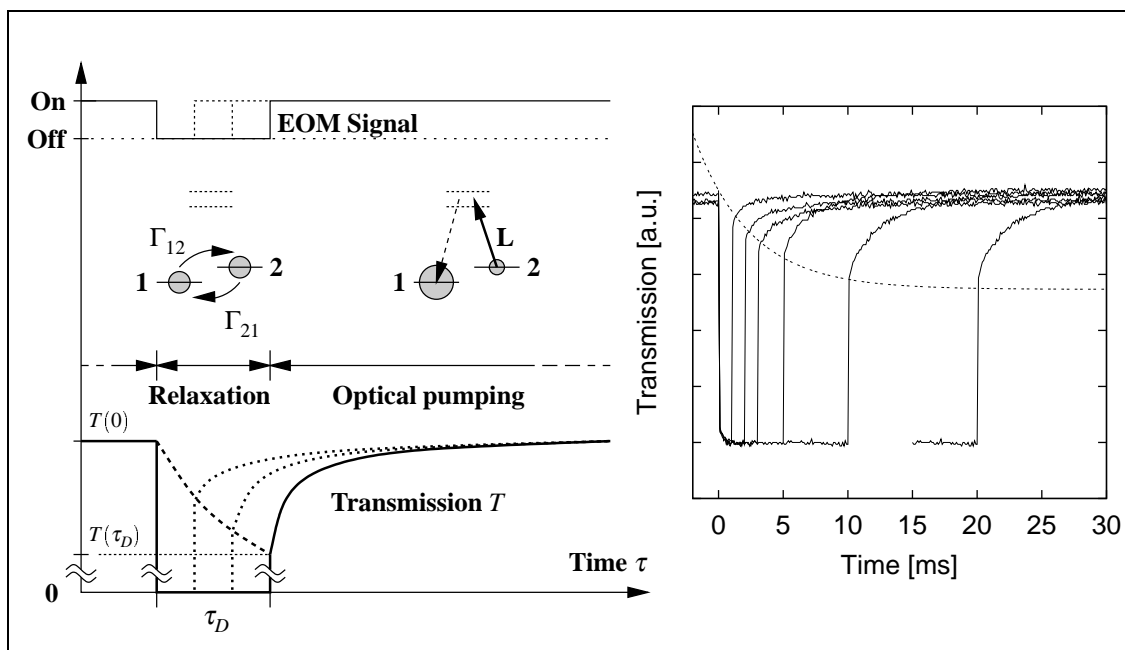


Abbildung 6.9: Zeitdiagramm zur Relaxationsmessung.

Der Transmissionsverlust  $\Delta T$  ist proportional zur Zunahme der Population in Niveau 1

$$\Delta T(\tau_D) \propto \rho_{11}(0) - \rho_{11}(\tau_D) \quad (6.21)$$

$$\propto \left( \rho_{11}(0) - \frac{\Gamma_{21}}{\Gamma_{12} + \Gamma_{21}} \right) (1 - e^{-(\Gamma_{12} + \Gamma_{21})\tau_D}) \quad (6.22)$$

In Abb. 6.10 ist der gemessene Transmissionsverlust  $\Delta T$  in Abhängigkeit der Dunkelzeit  $\tau_D$  aufgetragen. Ein "Fit" mit Formel (6.22) liefert  $\Gamma_{12} + \Gamma_{21} = 2\pi \cdot (36.4 \pm 4.1)$  Hz für  $^{85}\text{Rb}$  und  $\Gamma_{12} + \Gamma_{21} = 2\pi \cdot (55.2 \pm 18.8)$  Hz für  $^{87}\text{Rb}$ . Da die Stoßrelaxation bei dem verwendeten Puffergasdruck von 6500 Pa vernachlässigbar ist, folgt aus den Annahmen für eine diffusive Bewegung (3.64) und (3.65)  $\Gamma_D = \Gamma_{12} + \Gamma_{21}$  und somit für den Relaxationsanteil der DR-Breite  $\Gamma_R = 2(\Gamma_{12} + \Gamma_{21})$ . Die konkreten Werte lauten  $\Gamma_R/(2\pi) = 72.8 \pm 8.2$  Hz bzw.  $\Gamma_R/(2\pi) = 110.4 \pm 37.6$  Hz und sind in guter Übereinstimmung mit den in Kapitel 6.5 ermittelten Abhängigkeiten  $\Gamma_R/(2\pi) = 70.3 \pm 11.2$  Hz bzw.  $\Gamma_R/(2\pi) = 69.1 \pm 27.1$  Hz.

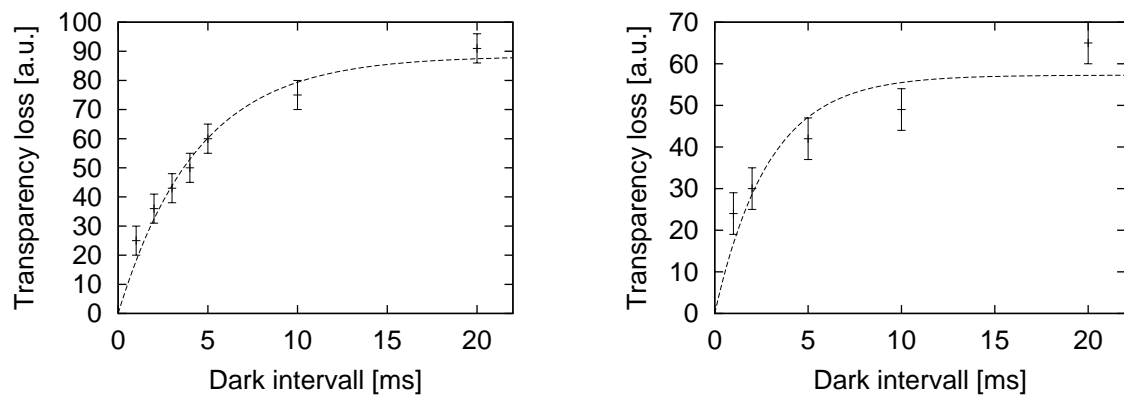


Abbildung 6.10: Relaxationsmessungen an den beiden Rubidiumisotopen. Links  $^{85}\text{Rb}$ , rechts  $^{87}\text{Rb}$ . Aufgetragen ist der Transmissionsverlust  $\Delta T$  in Abhängigkeit der Dunkelzeit  $\tau_D$ .



## Kapitel 7

# Weiterführende Fragestellungen und Ausblick

In diesem Kapitel sollen bei der Entstehung dieser Diplomarbeit aufgetretene und bis dato nicht zufriedenstellend geklärte Fragestellungen vorgestellt werden.

Bei der FM-Spektroskopie werden einem der beiden Laser Seitenbänder in einem Frequenzabstand, der groß gegenüber der gemessenen DR-Linienbreite ist, aufgeprägt. Da die schmalen Linien auflösbar sind, kann man nicht davon ausgehen, dass das System den Phasenmodulationen adiabatisch folgt. Vielmehr werden 3 Experimente simultan und an denselben Atomen durchgeführt. Inwieweit dabei Vierwellenmischungen auftreten können, soll kurz angeschnitten werden.

Anschließend werden die gemessenen DR mit den “langsamen-Licht”-Experimenten verglichen und zukünftige Entwicklungen angeschnitten.

### 7.1 Vierwellenmischung bei der FM-Spektroskopie

Bei der FM-Spektroskopie wird das untersuchte Niveausystem durch folgendes Laserfeld getrieben

$$E = E_{L1} e^{i(\omega_{L1}t + \phi_M \sin(\omega_M t))} + E_{L2} e^{i\omega_{L2}t} + \text{c.c.} \quad (7.1)$$

Der Hamiltonian für Laserfeld **L1** lautet dann analog (3.2) und (6.2)

$$\hat{H}_{L1} = \hbar\delta_{L1}|1\rangle\langle 1| - \frac{\hbar\Omega_{13}}{2} \left\{ |1\rangle\langle 3| \left( 1 + \frac{\phi_M}{2}(e^{i\omega_M t} - e^{-i\omega_M t}) \right) + |3\rangle\langle 1| \left( 1 + \frac{\phi_M}{2}(e^{-i\omega_M t} - e^{i\omega_M t}) \right) \right\} \quad (7.2)$$

Die Bewegungsgleichungen werden nichtlinear und lassen Vierwellenmischung wie in Abbildung 7.1 skizziert erwarten. Die Energieniveaus werden durch die beiden im Verhältnis zu den weiteren Laserfeldern starken Laserfelder **L1** und **L2** festgelegt. Bei der in den Messungen verwendeten FM-Spektroskopie (vgl. Kapitel 6.2) werden Laser **L1** links und rechts von der Laserfrequenz  $\omega_{L1}$  im Abstand der Modulationsfrequenz  $\omega_M$  Seitenbänder mit schwächerer Amplitude aufgeprägt. Die Seitenbänder bei  $\omega_{L1} \pm \omega_M$  sind als  $L1^\pm$  bezeichnet. Durch Vierwellenmischung erwartet man

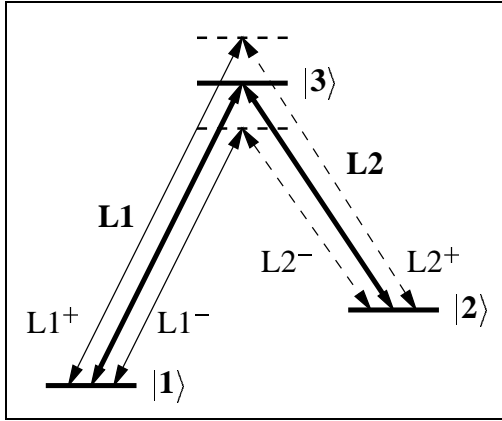


Abbildung 7.1: Schema zur Vierwellenmischung. Laserfeld **L1** hat durch die FM-Spektroskopie zwei Seitenbänder  $L1^\pm$ . Entsprechend den durch Laser **L2** festgelegten Energien entstehen durch Vierwellenmischung die beiden neue Felder  $L2^\pm$ .

entsprechend der Abbildung die neuen Felder  $L2^\pm$ , die aus dem Vakuum anschwingen. Sowohl theoretisch [23] als auch experimentell [21] ist gezeigt worden, dass das neue Feld — hier  $L2^\pm$  — in der Amplitude die Größenordnung des ursprünglichen Feldes  $L1^\pm$  erreichen kann.

Zur experimentellen Trennung dieser Felder im kolineares Experiment sind entweder orthogonale Polarisationsrichtungen zu wählen oder es ist eine Unterscheidung durch Erzeugung eines Schwebungssignals analog [21] vorzunehmen.

## 7.2 Langsames Licht an Dunkelresonanzen

In den letzten Jahren sind an  $\Lambda$ -Systemen spektakuläre Gruppengeschwindigkeiten von Laserpulsen im Bereich von 17 m/s [20] in Bose-Einstein-Kondensaten und heißen ( $> 300$  K) Gaszellen mit Puffergas von 90 m/s [21] bzw. Paraffin-Wandbeschichtung von 8 m/s [6] erreicht worden. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit für Pulse errechnet sich zu [37]

$$v_g = \left( \frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} \right)^{-1} . \quad (7.3)$$

Für einen frequenzabhängigen Brechungsindex  $n(\omega) = ck(\omega)/\omega$  in einem dispersiven Medium ergibt sich eine Gruppengeschwindigkeit gemäß

$$v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega}} . \quad (7.4)$$

Für eine normale Dispersion ( $\frac{\partial n}{\partial \omega} \gg 1$ ) erreicht man o.g. langsame Gruppengeschwindigkeiten. Eine anomale Dispersion ( $\frac{\partial n}{\partial \omega} < 0$ ), wie sie bei Dipolübergängen vorliegt, bedingt nach Gl. (7.4) eine Gruppengeschwindigkeit größer als Lichtgeschwindigkeit, die jedoch bei Dipolübergängen aufgrund der hohen Absorption nicht zum Tragen kommt. Neuere Experimente haben überlichtschnelle Pulsausbreitung in einem verstärkenden Medium mit anomaler Dispersion [38] demonstriert, diese stehen aber dennoch nicht im Widerspruch zum Relativitätsprinzip [38],[24].

Für kleine lineare Suszeptibilitäten  $|\chi_0| \ll 1$  ( $|\frac{\partial \chi_0}{\partial \omega}|$  kann groß sein) gilt

$$\frac{\partial n}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \sqrt{1 + \chi_0(\omega)} = \frac{1}{2\sqrt{1 + \chi_0(\omega)}} \frac{\partial \chi_0(\omega)}{\partial \omega} \approx \frac{1}{2} \frac{\partial \chi_0(\omega)}{\partial \omega} . \quad (7.5)$$

Für verschiedene Temperaturen  $T$  ergeben sich aus der Dampfdruckkurve (siehe Anhang E) die in Tabelle 7.1 angegebenen Dichten von Rubidiumatomen. Aus den numerischen Rechnungen von Kapitel 5.3 resultieren für Stoßraten von einigen MHz Steigungen  $\frac{\partial\chi}{\partial\omega} \approx \frac{10^{-5}}{4 \cdot 2\pi \cdot 32\text{Hz}}$  und unter Verwendung von Gl. (A.25) ergeben sich die Faktoren  $\omega \frac{\partial\chi_0}{2\partial\omega}$ , um die die Gruppengeschwindigkeit langsamer als die Lichtgeschwindigkeit ist, und die Gruppengeschwindigkeiten  $v_g$  wie in der Tabelle aufgeführt. Es ist zu betonen, dass die spektrale Breite des verlangsamten Pulses kleiner als

$T$	$\frac{N}{V}$	$\frac{N\lambda^3}{V}$	$\omega \frac{\partial\chi_0}{2\partial\omega}$	$v_g$
300 K	$1.8 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$	$8.5 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^5$	2350 m/s
320 K	$1.1 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$	$5.3 \cdot 10^{-2}$	$8.0 \cdot 10^5$	374 m/s
340 K	$5.7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$	$2.7 \cdot 10^{-1}$	$4.1 \cdot 10^6$	74 m/s
360 K	$2.4 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$	1.5	$1.7 \cdot 10^7$	18 m/s

Tabelle 7.1: Gruppengeschwindigkeiten  $v_g$  für das in Kapitel 5 berechnete System mit  $\Gamma_R = 2\pi \cdot 128 \text{ Hz}$ . Für die experimentellen Parameter, die den gemessenen schmalen Linienbreiten von  $\Gamma_{DR} = 2\pi \cdot 28 \text{ Hz}$  (vgl. Kapitel 6.3) zugrunde liegen, sind oben angegebene Gruppengeschwindigkeiten noch durch den Faktor 4 bis 5 zu dividieren.

die DR-Breite sein muss, d.h. typischerweise sind Experimente mit Pulsen von einigen hundert ms Dauer durchzuführen. Die in realistischen Zellenlängen beobachtbaren Verzögerungen sind wesentlich kleiner als die Pulslänge selbst.

### 7.3 Relativistische Effekte und Dipolfallen

Obwohl im Moment die schmalsten Linienbreiten in Puffergasexperimenten erreicht werden, ergeben sich aufgrund des geringen Kontrastes nur eingeschränkte Anwendungsmöglichkeiten. Für die experimentelle Realisierung relativistischer Effekte für Lichtpulse wie “optische schwarze Löcher” [22] werden Strömungsgeschwindigkeiten des optischen Mediums im Bereich der Gruppengeschwindigkeit benötigt. Hier ermöglichen Puffergasexperimente u.U. eine relative einfache Realisierung bewegter optisch dichter Medien mit den geforderten Dispersionen.

Für Kohärenzexperimente mit hohem Kontrast und zum Studium von Wenigteilcheneffekten bieten sich Dipolfallen [18] an. Hier werden Atome durch die Dipolkraft in einem hellen Laserfokus bei Rotverstimung bzw. einem dunklen Bereich bei Blauverstimung gefangen. Bei großer Verstimung des Dipolfallenlasers liegen die Photonabsorptions- und damit Dekohärenzraten im Bereich von wenigen Hz bis mHz. Insbesondere eine optische Flasche [3], die aus einem holografisch erzeugten dunklen Bereich, der dreidimensional hell umgeben ist, im Laserfokus besteht, scheint hier einen vielversprechenden Ansatz zu bieten. Inwieweit die Quantisierung der Bewegungsfreiheitsgrade in einer derartigen Flasche zu berücksichtigen ist oder durch die räumliche Einschränkung auf derart kleinen Dimensionen den Puffergasstößen ähnliche Effekte auftreten [15] bleibt zu untersuchen.

## Kapitel 8

# Zusammenfassung

In dieser Diplomarbeit wurden Dunkelresonanzen (DRen) in Puffergasen sowohl theoretisch beschrieben als auch an Rubidium in Neon als Puffergas experimentell untersucht.

Durch Berechnung der stationären Lösung der Dichtematrixgleichungen für das  $\Lambda$ -System wurde die Abhängigkeit der DR-Breite von Grundzustandsrelaxation, Laserfluktuationen und Intensität aufgezeigt. Insbesondere für die Intensitätsabhängigkeit konnte für die verwendeten experimentellen Parameter theoretisch aufgezeigt und experimentell bestätigt werden, dass die Stoßverbreiterung der optischen Übergänge diese Abhängigkeit maßgeblich bestimmt. Hierdurch wurde eine Erklärung für die bislang beobachtete Diskrepanz von zwei Größenordnungen zwischen experimentell bestimmter Intensitätsabhängigkeit und theoretischen Erwartungen, die Stoßverbreiterung nicht berücksichtigen, gefunden.

Die qualitative Betrachtung der DR-Spektren für ein heißes Gas entsprechend der Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung unter Berücksichtigung der Dopplerverschiebung ließ eine Verbreiterung der DRen sowie eine getrennte Beobachtung von zwei Teilen der aufgespaltene DR für die bei Rubidium vorliegenden mehreren oberen Hyperfeinstrukturniveaus erwarten. Zudem müßte die Position der DR mit dem Durchstimmen der beiden Laser wandern, da jeweils unterschiedliche Geschwindigkeitsklassen mit diesen resonant sind. Durch Messungen konnte die Nichtexistenz aller dieser Effekte gezeigt werden!

Die theoretische Berücksichtigung der kohärenzerhaltenden Stöße durch Raten zwischen den einzelnen Geschwindigkeitsklassen konnte anhand numerischer Lösungen für 1000 Geschwindigkeitsklassen eines 4-Niveausystems aufzeigen, dass DR mit zunehmender Puffergas-Stoßrate eine Art von "Dicke-Narrowing" erfahren und zu einer zentralen Position, die der Dopplerverschiebung für die mittlere Geschwindigkeit entspricht, hingeschoben werden. Damit wurde eine adäquate Modellierung der experimentellen Beobachtungen gefunden.

Die Relaxationsraten konnten durch Strahlaufweitung bis zu einer beobachteten DR-Breite von 28 Hz reduziert werden. Durch Vergleich mit Grundzustandsrelaxationsmessungen über optisches Pumpen konnte demonstriert werden, dass bei den durchgeführten Experimenten die Diffusion den Hauptrelaxationsprozess darstellte.

## Anhang A

# Der Dipolübergang im Laserfeld

In diesem Kapitel werden die Grundgleichungen, die den Berechnungen zugrunde liegen, und Begriffe wie Absorption, Dispersion, Rabi-Frequenz der Laser-Atom-Wechselwirkung zusammengefasst und am Beispiel des Zweiniveausystems diskutiert.

### A.1 Modell und Grundgleichungen

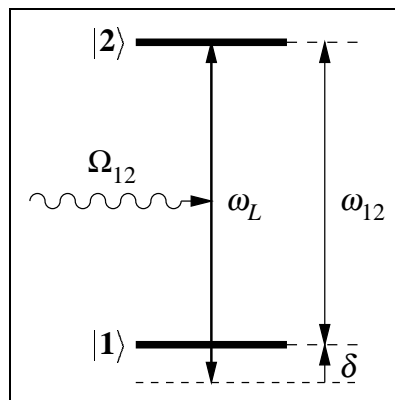


Abbildung A.1: 2 Niveaus mit Dipolmoment in einem klassischen Laserfeld.

Die atomare Polarisation wird durch den wie folgt definierten Dipoloperator beschrieben

$$\hat{P} = P_{12}|1\rangle\langle 2| + P_{12}^*|2\rangle\langle 1| \quad . \quad (\text{A.1})$$

Das Laserfeld ist ein klassisches E-Feld mit der Frequenz  $\omega_L$

$$E = \frac{1}{2}(\mathcal{E} e^{-i\omega_L t} + \mathcal{E}^* e^{i\omega_L t}) \quad . \quad (\text{A.2})$$

Die atomaren Energien werden durch

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_{12}|2\rangle\langle 2| \quad (\text{A.3})$$

und die Wechselwirkung wird durch folgenden Hamiltonian beschrieben

$$\hat{H}_L = -E\hat{P} \quad . \quad (\text{A.4})$$

## A.2 Bewegungsgleichungen

Insbesondere für die numerische Behandlung ist es vorteilhaft, **zeitunabhängige** Operatoren einzuführen. Die Verstimmung zwischen Laser und Übergang sei mit

$$\delta = \omega_L - \omega_{12} \quad (\text{A.5})$$

bezeichnet. Wird von

$$\hat{H}_0 = \hbar\delta|1\rangle\langle 1| - \underbrace{\hbar\delta|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_{12}|2\rangle\langle 2|}_{\text{“Heisenberg”-Dynamik}} \quad (\text{A.6})$$

der gekennzeichnete Anteil durch Übergang in ein rotierendes System eliminiert, so folgt für die Operatoren

$$\hat{H}_0 = \hbar\delta|1\rangle\langle 1| \quad (\text{A.7})$$

$$\hat{H}_L = -\frac{1}{2}(\mathcal{E}e^{-i\omega_L t} + \mathcal{E}^*e^{i\omega_L t})(P_{12}e^{-i\omega_L t}|1\rangle\langle 2| + P_{12}^*e^{i\omega_L t}|2\rangle\langle 1|) \quad (\text{A.8})$$

$$\hat{P} = P_{12}e^{-i\omega_L t}|1\rangle\langle 2| + P_{12}^*e^{i\omega_L t}|2\rangle\langle 1| \quad . \quad (\text{A.9})$$

Die “Rotating Wave Approximation” (RWA) lässt bei der Wechselwirkung nur die nicht rotierenden Terme übrig

$$\hat{H}_L = -\frac{1}{2}(\mathcal{E}^*P_{12}|1\rangle\langle 2| + \mathcal{E}P_{12}^*|2\rangle\langle 1|) \quad . \quad (\text{A.10})$$

Man führt nun die komplexen Rabi-Frequenzen  $\Omega_{12} = \frac{\mathcal{E}^*P_{12}}{\hbar}$  ein

$$\hat{H}_L = -\frac{\hbar}{2}(\Omega_{12}|1\rangle\langle 2| + \Omega_{12}^*|2\rangle\langle 1|) \quad . \quad (\text{A.11})$$

Die Heisenbergschen Bewegungsgleichungen

$$\hbar\dot{\rho} = [\hat{H}_0 + \hat{H}_L, \rho] \quad (\text{A.12})$$

lauten für die einzelnen Elemente ( $n = 3 \dots N$  wobei  $N$  die Gesamtanzahl der Niveaus ist)

$$\dot{\rho}_{11} = -\frac{i}{2}(\Omega_{12}^*\rho_{12} - \Omega_{12}\rho_{12}^*) = \text{Im}(\Omega_{12}^*\rho_{12}) \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{\rho}_{12} = -i\delta\rho_{12} + \frac{i}{2}(\Omega_{12}\rho_{22} - \Omega_{12}\rho_{11}) \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{\rho}_{1n} = -i\delta\rho_{1n} + i\frac{\Omega_{12}}{2}\rho_{2n} \quad (\text{A.15})$$

$$\dot{\rho}_{22} = \frac{i}{2}(\Omega_{12}^*\rho_{12} - \Omega_{12}\rho_{12}^*) = -\text{Im}(\Omega_{12}^*\rho_{12}) \quad (\text{A.16})$$

$$\dot{\rho}_{2n} = i\frac{\Omega_{12}}{2}\rho_{1n} \quad . \quad (\text{A.17})$$

Falls Phaseninterferenzen, d.h. Kopplungen verschiedener Übergänge an eine Kohärenz keine Rolle spielen, kann man o.B.d.A.  $\Omega_{12}$  als reell ansetzen. Dies entspricht einem Übergang von  $\Omega_{12} = |\Omega_{12}| e^{i\phi_\Omega} \rightarrow |\Omega_{12}|$  und entsprechend  $\rho_{12} \rightarrow \rho_{12} e^{-i\phi_\Omega}$ .

### A.3 Lineare Suszeptibilität - Absorption und Refraktion des Laserstrahls

Die lineare Suszeptibilität  $\chi_0$  beschreibt die lineare Antwort der atomaren Polarisation  $\mathcal{P}$  auf die Laseranregung  $\mathcal{E}$

$$\mathcal{P} = \varepsilon_0 \chi_0 \mathcal{E} \quad . \quad (\text{A.18})$$

Die Polarisation des Atoms werde dabei durch

$$P = \frac{1}{2} (\mathcal{P} e^{-i\omega_L t} + \mathcal{P}^* e^{i\omega_L t}) \quad (\text{A.19})$$

beschrieben. In der semiklassischen Theorie entspricht dies dem Erwartungswert des Polarisationsoperators<sup>1</sup>

$$P = \frac{N}{V} \langle \hat{P} \rangle = \frac{N}{V} \text{Tr}(\hat{P} \rho) = \frac{N}{V} (P_{12} e^{-i\omega_L t} \rho_{12}^* + P_{12}^* e^{i\omega_L t} \rho_{12}) \quad (\text{A.20})$$

Durch Koeffizientenvergleich folgt sofort

$$\mathcal{P} = 2 \frac{N}{V} P_{12} \rho_{12}^* \quad (\text{A.21})$$

oder durch Benutzung der Rabi-Frequenz (A.11) folgt aus (A.18)

$$\chi_0 = \frac{\mathcal{P}}{\varepsilon_0 \mathcal{E}} = \frac{2 |P_{12}|^2 N}{\varepsilon_0 \hbar \Omega_{12}^* V} \rho_{12}^* \quad (\text{A.22})$$

Der Zusammenhang zwischen atomarer Polarisation und spontaner Zerfallsrate des Übergangs  $\gamma_{21}$  wird durch die Wigner-Weißkopf-Formel beschrieben [35]

$$\gamma_{21} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{4\omega_{12}^3 |P_{12}|^2}{3\hbar c^3} \quad . \quad (\text{A.23})$$

Eingesetzt in (A.22) ergibt

$$\chi_0 = \frac{(2\pi)^3 c^3 N}{\omega_{12}^3 V} \frac{3\gamma_{21}}{4\pi^2 \Omega_{12}^*} \rho_{12}^* \quad . \quad (\text{A.24})$$

Die dichteunabhängige lineare Suszeptibilität

$$\chi = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\gamma_{21}}{\Omega_{12}^*} \rho_{12}^* \quad (\text{A.25})$$

<sup>1</sup>Die Dichtematrixelemente repräsentieren nur die internen Freiheitsgrade des Atoms, die Ortsdichte  $\frac{N}{V}$  wird als klassisch und konstant angenommen.

beschreibt die Response eines Mediums mit der Dichte von einem Atom pro Würfelvolumen mit der Wellenlänge  $\lambda = (2\pi c)/\omega_L$  als Seitenlänge.

Durch Einsetzen des Ansatzes ebener Wellen

$$E(z, t) = \frac{1}{2}(\mathcal{E}e^{-i(kz - \omega_L t)} + \text{c.c.}) \quad (\text{A.26})$$

$$P(z, t) = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 \chi_0 \mathcal{E}e^{-i(kz - \omega_L t)} + \text{c.c.}) \quad (\text{A.27})$$

in die Wellengleichung [35]

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E(z, t) = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(z, t) \quad (\text{A.28})$$

folgt

$$\left( -k^2 + \frac{\omega_L^2}{c^2} \right) E(z, t) = -\chi_0 \varepsilon_0 \mu_0 \omega_L^2 E(z, t) \quad (\text{A.29})$$

Der Vergleich mit der Dispersionsrelation für ebene Wellen

$$k^2 - \frac{\omega_L^2}{c^2} n^2 = 0 \quad (\text{A.30})$$

liefert folgende Abhängigkeit des frequenzabhängigen Brechungsindex  $n(\omega_L)$  von der linearen Suszeptibilität  $\chi_0(\omega_L)$

$$n^2(\omega_L) = 1 + \chi_0(\omega_L) \quad (\text{A.31})$$

Die Zerlegung in Real- und Imaginärteil  $n = n_r + i n_i$  liefert für die zeitliche Entwicklung der ebenen Welle

$$E(z, t) = \frac{1}{2}(\mathcal{E}e^{i(kz - \omega_L n_r t)} \cdot \underbrace{e^{-\omega_L n_i t}}_{\text{Dämpfung}} + \text{c.c.}) \quad (\text{A.32})$$

Der Realteil  $n_r$  beschreibt den Brechungsindex und der Imaginärteil  $n_i$  die Dämpfung bzw. Verstärkung. Für kleine Werte der linearen Suszeptibilität  $|\chi_0| \ll 1$  gilt näherungsweise

$$n = \sqrt{1 + \chi_0} \approx 1 + \frac{1}{2}\chi_0 \quad (\text{A.33})$$

## A.4 Beispiel Zweiniveausystem

Für ein Zweiniveausystem mit einer zusätzlichen spontanen Zerfallsrate  $\gamma_{21}$  lauten die Bewegungsgleichungen

$$\dot{\rho}_{11} = \text{Im}(\Omega_{12}\rho_{12}) + \gamma_{21}\rho_{22} \quad (\text{A.34})$$

$$\dot{\rho}_{12} = (-i\delta_{12} - \frac{\gamma_{21}}{2})\rho_{12} + \frac{i}{2}(\Omega_{12}\rho_{22} - \Omega_{12}\rho_{11}) \quad (\text{A.35})$$

$$\dot{\rho}_{22} = -\text{Im}(\Omega_{12}\rho_{12}) - \gamma_{21}\rho_{22} \quad (\text{A.36})$$



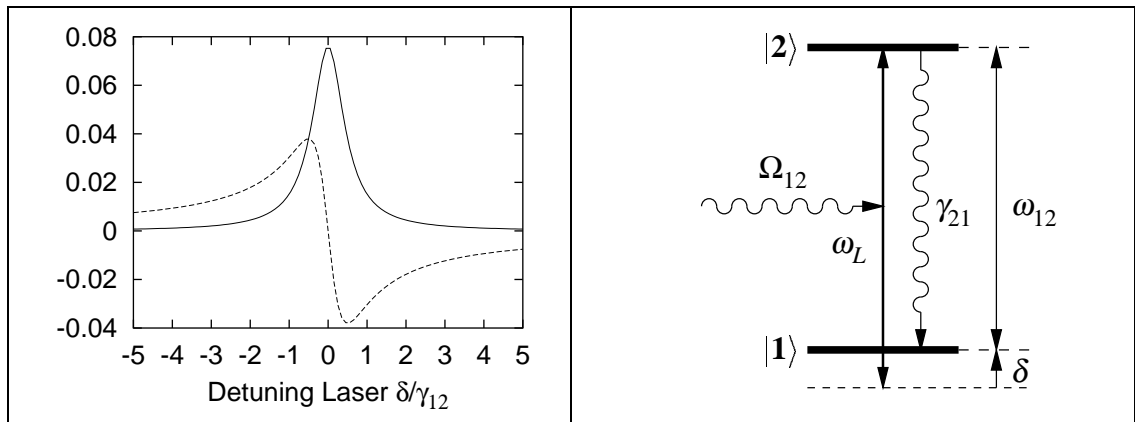


Abbildung A.2: Refraktion (gestrichelt) und Absorption (durchgezogen) des getriebenen Zweiniveausystems als Funktion der Verstimmung.

Die stationäre Lösung liefert für die in Gl. (A.25) definierte dichteunabhängige lineare Suszeptibilität  $\chi$

$$\operatorname{Re}\chi = -\frac{3}{4\pi^2} \frac{\gamma_{21}}{(\gamma_{21}^2 + 2\Omega_{12}^2 + 4\delta^2)} 2\delta \quad (\text{A.37})$$

$$\operatorname{Im}\chi = \frac{3}{4\pi^2} \frac{\gamma_{21}^2}{(\gamma_{21}^2 + 2\Omega_{12}^2 + 4\delta^2)} \quad (\text{A.38})$$

Die Refraktion  $\operatorname{Re}\chi$  sowie Absorption  $\operatorname{Im}\chi$  als Funktion der Laserverstimmung  $\delta$  sind in Abb. A.2 dargestellt. Man spricht aufgrund der negativen Steigung im Brechungsindex an der Resonanz von **anomaler Dispersion**.

## A.5 Intensitätsabhängigkeit der Rabifrequenz

Für die mittlere Intensität des Laserfeldes  $\langle I \rangle$  gilt nach [11] und über die Definition der Rabifrequenz (A.11)

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} c \epsilon_0 \mathcal{E}^2 = \frac{c \epsilon_0 \hbar^2 \Omega_{12}^2}{2 |P_{12}|^2} \quad (\text{A.39})$$

Ersetzt man das Dipolmatrixelement durch die spontane Emissionsrate (A.23) so folgt

$$\Omega_{12}^2 = \frac{6\pi c^2 \gamma_{21}}{\hbar \omega_{12}^3} \langle I \rangle \quad (\text{A.40})$$

## Anhang B

# Näherungslösung der Dunkelresonanzbreite

Für den Imaginärteil der linearen Suszeptibilität

$$\text{Im } \chi_{L1} = -\frac{3}{4\pi^2} \frac{\gamma_{31}}{\Omega_{13}} \text{Im } \rho_{13}^\infty \quad (\text{B.1})$$

errechnet man mit (3.25) folgende Lösung

$$\text{Im } \chi_{L1} = \frac{a_0 + a_1 \delta_L + a_2 \delta_L^2}{b_0 + b_1 \delta_L + b_2 \delta_L^2 + b_3 \delta_L^3 + b_4 \delta_L^4} \quad (\text{B.2})$$

mit

$$a_0 = 3\Gamma^2 \gamma^2 (\gamma^2 + \delta_{L2}^2) + \frac{3}{2} \Gamma \gamma^3 \Omega^2 \quad (\text{B.3})$$

$$a_1 = \frac{3}{4} \gamma (2\gamma - \Gamma) \delta_{L2} \Omega^2 \quad (\text{B.4})$$

$$a_2 = 3\gamma^2 (\gamma^2 + \delta_{L2}^2) + \frac{3}{4} \gamma^2 \Omega^2 \quad (\text{B.5})$$

und

$$b_0 = \pi^2 \{ 16\Gamma^2 (\gamma^2 + \delta_{L2}^2)^2 + 16\Gamma\gamma (\gamma^2 + \delta_{L2}^2) \Omega^2 + 4\gamma^2 \Omega^4 \} \quad (\text{B.6})$$

$$b_1 = \pi^2 \{ 32\Gamma^2 (\gamma^2 + \delta_{L2}^2) \delta_{L2} + 16\Gamma\gamma \delta_{L2} \Omega^2 \} \quad (\text{B.7})$$

$$b_2 = \pi^2 \{ 16(\gamma^2 + \delta_{L2}^2)^2 + 16\Gamma^2 (\gamma^2 + \delta_{L2}^2) + 8(\Gamma\gamma + (\delta_{L2}^2 - \gamma^2)) \Omega^2 + \Omega^4 \} \quad (\text{B.8})$$

$$b_3 = \pi^2 \{ 32(\gamma^2 + \delta_{L2}^2) \delta_{L2} + 8\delta_{L2} \Omega^2 \} \quad (\text{B.9})$$

$$b_4 = \pi^2 \{ 16(\gamma^2 + \delta_{L2}^2) \} \quad (\text{B.10})$$

Für die Annahmen  $\Gamma \ll \gamma$  und  $\delta_L \ll \gamma$  werden die Relationen

$$b_3 \delta_L \ll b_2 \quad (\text{B.11})$$

$$b_4 \delta_L^2 \ll b_2 \quad (\text{B.12})$$

$$b_1 \ll b_2 \delta_L \quad (\text{B.13})$$

$$a_1 \ll a_2 \delta_L \quad (\text{B.14})$$

erfüllt und damit kann Gl. (B.2) wie folgt vereinfacht werden

$$\operatorname{Im} \chi_{L1} \approx \frac{a_2}{b_2} \left( 1 - \frac{\frac{b_0}{b_2} - \frac{a_0}{a_2}}{\frac{b_0}{b_2} + \delta_L^2} \right) . \quad (\text{B.15})$$

Für die volle Halbwertsbreite folgt nach einigen Umformungen

$$\Gamma_{DR} \approx 2 \sqrt{\frac{b_0}{b_2}} \quad (\text{B.16})$$

$$= 2\Gamma + \frac{\Omega^2}{\gamma + \frac{\delta_L^2}{\gamma}} + \mathcal{O}(\Omega^4) . \quad (\text{B.17})$$

Für die Höhe der DR  $\chi_{DR}$ , die als Amplitudenhöhe zwischen der DR-Spitze und der umgebenden Absorptionskurve definiert ist, folgt aus (B.2)

$$\chi_{DR} \approx \frac{a_2}{b_2} - \frac{a_0}{b_0} \quad (\text{B.18})$$

$$= \frac{3}{32\pi^2} \frac{\Omega^2}{\Gamma\gamma} \frac{1}{\left(1 + \frac{\delta_L^2}{\gamma^2}\right)^2} . \quad (\text{B.19})$$

## Anhang C

# Numerische Lösung

Das in Kapitel 5.2 aufgestellte Gleichungssystem kann wie folgt geschrieben werden

$$(\mathcal{P} + \mathcal{W})\vec{\rho} = \vec{p} \quad . \quad (\text{C.1})$$

mit

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \mathcal{P}_1 - RN \cdot \mathbf{1} & 0 & & & \\ 0 & \mathcal{P}_2 - RN \cdot \mathbf{1} & & & \\ & & \ddots & & \mathbf{0} \\ & & & \ddots & \\ & \mathbf{0} & & & \mathcal{P}_{N_v} - RN \cdot \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

$$\mathcal{W} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} Rp_1 \cdot \mathbf{1} & Rp_1 \cdot \mathbf{1} & \cdots & \cdots & Rp_1 \cdot \mathbf{1} \\ Rp_2 \cdot \mathbf{1} & Rp_2 \cdot \mathbf{1} & \cdots & \cdots & Rp_2 \cdot \mathbf{1} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ Rp_{N_v} \cdot \mathbf{1} & Rp_{N_v} \cdot \mathbf{1} & \cdots & \cdots & Rp_{N_v} \cdot \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

und ( $N_M$  ist die Anzahl der Dichtematrixelemente pro Geschwindigkeitsklasse)

$$\vec{\rho}^T = (\vec{\rho}_1^T, \dots, \vec{\rho}_{N_v}^T) \quad (\text{C.4})$$

$$\vec{p}^T = (p_1 \vec{e}^T, \dots, p_{N_v} \vec{e}^T) \quad (\text{C.5})$$

$$\vec{e}^T = (\underbrace{0, \dots, 0}_{N_M}, 1) \quad (\text{C.6})$$

$$\mathbf{1} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{N_M} \quad (\text{C.7})$$

Dabei stellen die  $\mathcal{P}_i$ ,  $i = 1, \dots, N_v$  die Bewegungsgleichungen mit Normierungsbedingung analog (3.12) für die einzelnen Geschwindigkeitsklassen dar.  $R$  ist die Stoßrate und  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, N_v$  die Population in der jeweiligen Geschwindigkeitsklasse. Die Gesamtpopulation beträgt  $N$ .

Das Einführen einzelner Normierungsbedingungen ist unter der Annahme gerechtfertigt, dass die Laseranregung nicht zu einer Modifikation der Gleichgewichtsverteilung führt. Die dadurch erreichte Struktur lässt sich numerisch sehr effizient lösen. Nach [31] kann mit Hilfe des Sherman-Morrison-Verfahren die Matrixinversion wie folgt vorgenommen werden

$$(\mathcal{P} + \vec{u} \otimes \vec{v}^T)^{-1} = \mathcal{P}^{-1} - \frac{1}{1 + \lambda} (\vec{z} \otimes \vec{w}^T) \quad (\text{C.8})$$

mit  $\vec{z} = \mathcal{P}^{-1} \cdot \vec{u}$ ,  $\vec{w}^T = \vec{v}^T \cdot \mathcal{P}^{-1}$  und  $\lambda = \vec{v}^T \cdot \mathcal{P}^{-1} \cdot \vec{u}$ . Dabei wird der Schritt (C.8) mit

$$\vec{v}^T = \underbrace{(\vec{e}_1^T, \dots, \vec{e}_i^T)}_{N_v \times N_M} \quad (\text{C.9})$$

$$\vec{u} = \underbrace{(p_1 \vec{e}_1^T, \dots, p_{N_v} \vec{e}_i^T)^T}_{N_v \times N_M} \quad (\text{C.10})$$

$$\vec{e}_i = \underbrace{(0, \dots, 0, \overbrace{1}^i, 0, \dots, 0)^T}_{N_M} \quad (\text{C.11})$$

für  $i = 1, \dots, N_M - 1$  ausgeführt.

Die Matrixinversion von  $\mathcal{P}$  kann blockweise durchgeführt werden und erfordert eine Rechenschrittzahl  $\propto N_v N_M^3$ . Das Sherman-Morrison-Verfahren benötigt hier  $3(N_M - 1)(N_v N_M)^2$  Schritte. Durch geschickte Wahl der Indizierung, sodass Elemente, die Nullen beinhalten, rausgelassen werden, kann man den Rechenaufwand auf eine Skalierung  $\propto N_v N_M^3$  reduzieren. Da man für DR eine feine Körnung der Geschwindigkeitsklassen vornehmen muss, bietet dieses Verfahren eine große Rechenzeitersparnis gegenüber der Inversion des Gesamtgleichungssystems, die mit  $\propto (N_v N_M)^3$  skaliert.

## Anhang D

# Strahldurchmesser und -intensität der verwendeten Laserstrahlen

Zur Definition der in den experimentellen Ergebnissen angegebenen Intensitäten wird das folgende Gaußsche Strahlprofil angenommen

$$I(r) = \frac{2P_0}{\pi r_0^2} e^{-\left(\frac{2}{r_0}\right)r^2} . \quad (\text{D.1})$$

Die Normierung ist so gewählt, dass  $P_0$  gemäß

$$\int_0^{\infty} r dr \int_0^{2\pi} d\phi I(r) = P_0 \quad (\text{D.2})$$

die Gesamtleistung des Strahls und  $r_0$  den  $\frac{1}{e^2}$ -Radius darstellt. In allen Messergebnissen wird die Spitzenintensität

$$I_0 = \frac{2P_0}{\pi r_0^2} \quad (\text{D.3})$$

angegeben. Für die beiden Experimente sind die Intensitätsmessungen über das Strahlprofil auf Abb. D.1 dargestellt. Ein "Fit" mit Formel (D.1) liefert für das linke Bild, den "kleinen" Strahldurchmesser,  $r_0 = 8.2 \pm 0.1$  mm und für das rechte Bild, den "großen" Strahldurchmesser,  $r_0 = 14.4 \pm 0.2$  mm. Die entsprechenden Umrechnungsrelationen lauten dann  $I_0 = P_0 \cdot 0.947 \text{ cm}^{-2}$  bzw.  $I_0 = P_0 \cdot 0.309 \text{ cm}^{-2}$ .

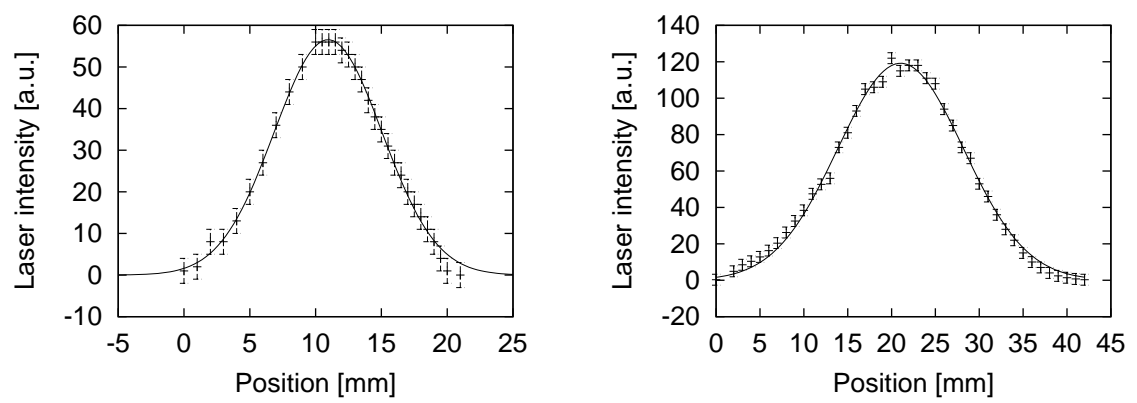


Abbildung D.1: Strahlprofilmessungen für die beiden verwendeten Strahldurchmesser.

## Anhang E

# Atomare Daten von Rubidium

### E.1 Niveauschemata

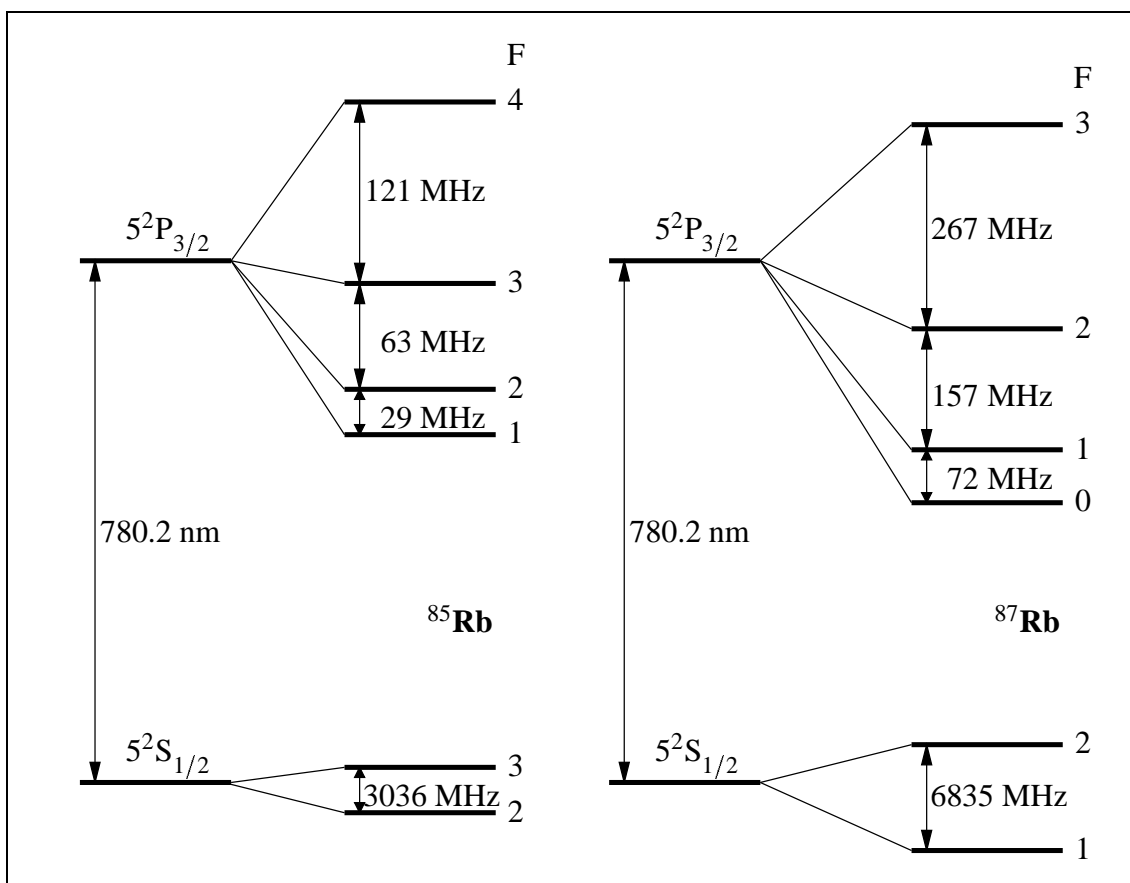


Abbildung E.1: Niveauschemata für die beiden Rubidiumisotope.



## E.2 Tabellarische Daten

	<sup>85</sup> Rb	<sup>87</sup> Rb		
Nat. Isotopenanteil	72.17	27.83	%	[33]
Kernspin	5/2	3/2		[33]
Magnetisches Moment	1.353	2.751	$\mu_K$	[33]
Opt. Übergangsfrequenz	$2\pi \cdot 3.85 \cdot 10^{14}$	$2\pi \cdot 3.85 \cdot 10^{14}$	Hz	
Zerfallsrate $^2P_{3/2}$	$2\pi \cdot 6$	$2\pi \cdot 6$	MHz	[33]
Grundzustandsaufspaltung	$2\pi \cdot 3035.732$	$2\pi \cdot 6834.6826$	MHz	[33]
GZ-Zeemanaufspaltung <sup>a</sup>	$2\pi \cdot 4.66$	$2\pi \cdot 3.50$	GHz/T	
Rabifrequenz <sup>b</sup> $\Omega^2$	$(2\pi)^2 \cdot 1.09 \cdot 10^{10}$	$(2\pi)^2 \cdot 1.09 \cdot 10^{10}$	$\frac{1}{s^2} / \frac{\mu W}{cm^2}$	<sup>c</sup>
Stoßverbreiterung (Neon)	$2\pi \cdot 80.8$	$2\pi \cdot 80.8$	kHz/Pa	[28]
Druckverschiebung (Neon)	?	$2\pi \cdot 2.94$	Hz/Pa	[19]
Stoßquerschnitt zur GZ-relaxation mit Neon	$3.3 \cdot 10^{-24}$	$3.3 \cdot 10^{-24}$	cm <sup>2</sup>	[19] <sup>d</sup> [8]
Spin-Austausch-QS. Rb-Rb	$(2 \pm 0.3) \cdot 10^{-14}$	$(2 \pm 0.3) \cdot 10^{-14}$	cm <sup>2</sup>	[19]
Depolar.-QS $^2P_{3/2}$ in Ne	$10^{-14}$	$10^{-14}$	cm <sup>2</sup>	[19]
Diffusionskonstante in Neon bei 1013 hPa	0.5	0.5	cm <sup>2</sup> /s	[8]

<sup>a</sup>Pro GZ-Magnetquantenzahl  $m_j$ .

<sup>b</sup>Ist noch mit dem entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten zu multiplizieren. Hierbei ist jeweils der **doppelte** CGK zu verwenden, da in Gl. (A.40) ein CGK von  $\frac{1}{2}$  für einen Dipol mit dreidimensionaler Abstrahlung berücksichtigt ist.

<sup>c</sup>Berechnet nach Formel (A.40)

<sup>d</sup>Unterscheidet sich vom wahren Elektronrandomisierungs-QS um bis zu einer Größenordnung [19].

### E.3 Dampfdruckkurve

Der Dampfdruck von Rubidium für  $T = 250 \dots 370$  K beträgt nach [39]

$$p(T) = 1.26 \cdot 10^9 \text{ Pa} e^{-9140 \text{ K}/T} \quad . \quad (\text{E.1})$$

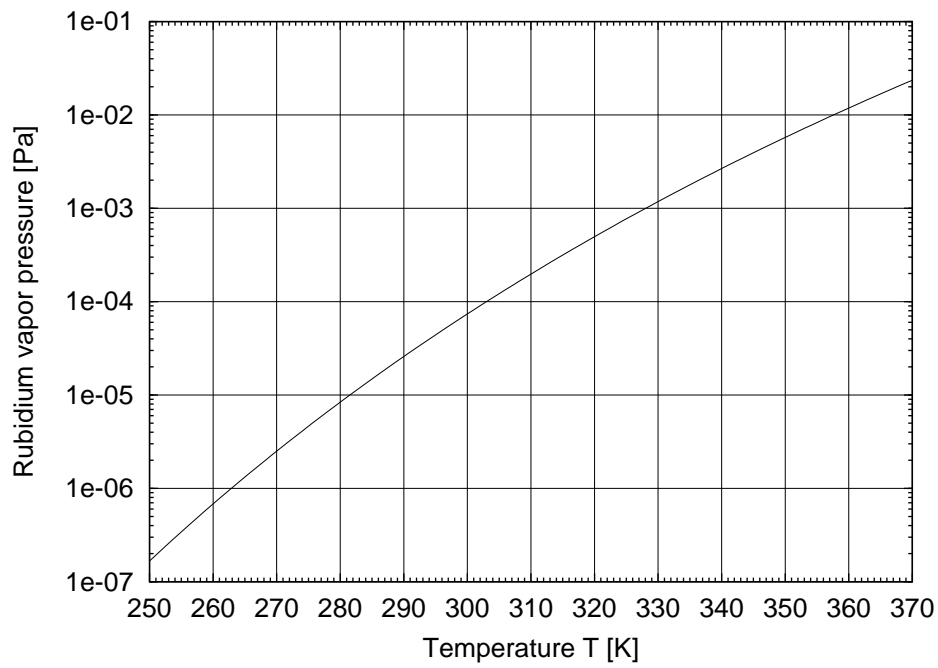


Abbildung E.2: Dampfdruckkurve für Rubidium.

# Literaturverzeichnis

- [1] E. Arimondo. Limits in preparation of coherent population trapping states. In F. Ehlotzky, editor, *Lecture Notes in Physics*, volume 420, pages 170–184. Springer, 1993.
- [2] Ennio Arimondo. Relaxation processes in coherent-population trapping. *Phys. Rev. A*, 54(3):2216–2222, 1996.
- [3] J. Arlt and M.J. Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam. *Opt. Lett.*, 25(4):191–193, 2000.
- [4] S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, and D. Meschede. Buffer-gas-induced linewidth reduction of coherent dark resonances to below 50 Hz. *Phys. Rev. A*, 56(2):R1063–1066, 1997.
- [5] S. Brattke, U. Kallmann, and W.-D. Hartmann. Coherent dark states of rubidium 87 in a buffer gas using pulsed laser light. *Eur. Phys. J. D*, 3:159–161, 1998.
- [6] D. Budker, D.F. Kimball, S.M. Rochester, and V.V. Yashchuk. Nonlinear magneto-optics and reduced group velocity of light in atomic vapor with slow ground state relaxation. *Phys. Rev. Lett.*, 83(9):1767–1770, 1999.
- [7] Dmitry Budker, Valeriy Yashchuk, and Max Zolotarev. Nonlinear magneto-optic effects with ultranarrow widths. *Phys. Rev. Lett.*, 81(26):5788–5791, 1998.
- [8] Alan Corney. *Atomic and Laser Spectroscopy*. Oxford University Press, 1977.
- [9] B.J. Dalton and P.L. Knight. The effects of laser field fluctuations on coherent population trapping. *J. Phys. B*, 15:3997–4015, 1982.
- [10] B.J. Dalton and P.L. Knight. Population trapping and ultranarrow Raman lineshapes induced by phase-fluctuating fields. *Opt. Comm.*, 42(6):411–415, 1982.
- [11] W. Demtröder. *Laserspektroskopie*. Springer, 2000.
- [12] R.H. Dicke. The effect of collisions upon the doppler width of spectral lines. *Phys. Rev.*, 89(2):472–473, 1953.
- [13] S. Dolbeau, R. Berman, J.R. Drummond, and A.D. May. Dicke narrowing as an example of line mixing. *Phys. Rev. A*, 59(5):3506–3512, 1999.

- [14] D.L. Drummond and Alan Gallagher. Potentials and continuum spectra of Rb-noble gas molecules. *J. Chem. Phys.*, 60(9):3426–3435, 1974.
- [15] R.P. Frueholz and C.H. Volk. Analysis of dicke narrowing in wall-coated and buffer-gas-filled atomic storage cells. *J. Phys. B*, 18(20):4055–4067, 1985.
- [16] J.-L. Le Gouët and P.R. Berman. Effect of velocity-changing collisions upon optical coherences in a three-level system. *Phys. Rev. A*, 17(1):52–58, 1978.
- [17] Martin Graf, Ennio Arimondo, Edward S. Fry, Dmitri E. Nikonov, G.G. Padmabandu, Marlan O. Scully, and Shi-Yao Zhu. Doppler broadening and collisional effects in a lasing-without-inversion experiment. *Phys. Rev. A*, 51(5):4030–4036, 1995.
- [18] R. Grimm, M. Weidemüller, and Yu. B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Advances in atomic, molecular and optical physics*, 42:95–169, 2000.
- [19] William Happer. Optical pumping. *Rev. Mod. Phys.*, 44(2):169–249, 1972.
- [20] L.V. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton, and C.H. Behroozi. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 397(6720):594–598, 1999.
- [21] Michael M. Kash, Vladimir A. Sautenkov, Alexander S. Zibrov, L. Hollberg, George R. Welch, Mikhail D. Lukin, Yuri R. Rostovtsev, Edward S. Fry, and Marlan O. Scully. Ultraslow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in a coherently driven hot atomic gas. *Phys. Rev. Lett.*, 82(26):5229–5232, 1999.
- [22] U. Leonhardt and P. Piwnicki. Relativistic effects of light in moving media with extremely low group velocity. *Phys. Rev. Lett.*, 84(5):822–825, 2000.
- [23] M.D. Lukin, P.R. Hemmer, M. Löffler, and M.O. Scully. Resonant enhancement of parametric processes via radiative interference and induced coherence. *Phys. Rev. Lett.*, 81(13), 1998.
- [24] Jon Marangos. Faster than a speeding photon. *Nature*, 406:243–244, 2000.
- [25] A.D. May. Molecular dynamics and a simplified master equation for spectral line shapes. *Phys. Rev. A*, 59(5):3495–3505, 1999.
- [26] Stefan Nußmann. Realisierung, Charakterisierung und Anwendung eines phasenstabilisierten Diodenlasersystems. Diplomarbeit, University of Freiburg, Germany, 2000.
- [27] Stefan Nußmann, Michael Erhard, Mark Kemmann, and Hanspeter Helm. Realisierung und Anwendungen phasenstabilisierter Diodenlaser. In *Verhandlungen der DPG-Frühjahrstagung Bonn*, 2000.
- [28] Ch. Ottinger, Richards Scheps, G.W. York, and Alan Gallagher. Broadening of the Rb resonance lines by the noble gases. *Phys. Rev. A*, 11(6):1815–1828, 1975.

- [29] G.G. Padmabandu, George R. Welch, Ivan N. Shubin, Edward S. Fry, Dmitri E. Nikonov, Mikhail D. Lukin, and Marlan O. Scully. Laser oscillation without population inversion in a sodium atomic beam. *Phys. Rev. Lett.*, 76(12):2053–2056, 1996.
- [30] Achim Peters, Keng Yeow Chung, and Steven Chu. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms. *Nature*, 400:849–852, 1999.
- [31] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> edition, 1992.
- [32] M. Prevedelli, T. Freegarde, and T.W. Hänsch. Phase locking of grating-tuned diode lasers. *Appl. Phys. B*, 60:S241–S248, 1995.
- [33] A.A. Radzig and B.M. Smirnov. *Reference Data on Atoms, Molecules and Ions*. Springer, 1985.
- [34] Ferruccio Renzoni and Ennio Arimondo. Population-loss-induced narrowing of dark resonances. *Phys. Rev. A*, 58(6):4717–4722, 1998.
- [35] Marlan O. Scully and M. Suhail Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1997.
- [36] University of Freiburg, Germany. *Versuchsanleitung zum Fortgeschrittenenpraktikum: Optisches Pumpen*.
- [37] Helmut Vogel. *Gerthsen Physik*. Springer, 18<sup>th</sup> edition, 1995.
- [38] L.J. Wang, A. Kuzmich, and A. Dogariu. Gain-assisted superluminal light propagation. *Nature*, 406:277–279, 2000.
- [39] Steffen Wolf. *Laserkühlung und Photoionisation von Atomen für Ionen-Rückstoßexperimente*. PhD thesis, University of Freiburg, Germany, 1998.
- [40] Robert Wynands. *Precision Spectroscopy with Coherently Coupled Lasers*. Habilitationsschrift, University of Bonn, Germany, 1998.
- [41] A.S. Zibrov, M.D. Lukin, D.E. Nikonov, L. Hollberg, M.O. Scully, V.L. Velichansky, and H.G. Robinson. Experimental demonstration of laser oscillation without population inversion via quantum interference in Rb. *Phys. Rev. Lett.*, 75(8):1499–1502, 1995.



# Danksagung

Ich möchte mich ganz herzlich bei Prof. H. Helm für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe und die gute Betreuung bedanken. Hierbei sind vor allem sein großes Interesse auch an theoretischen Fragestellungen, ohne das viele Aspekte dieser Arbeit erst gar nicht aufgekommen wären, und die Freiheiten, die er mir eingeräumt hat, hervorzuheben.

Meinen beiden Labor-Kollegen Stefan Nußmann und Mark Kemmann gebührt großer Dank für die stets gute Zusammenarbeit. Stefan vor allem für die geduldige Einführung in die Grundzüge der experimentellen Laserphysik und beiden für die große Toleranz gegenüber meinen verrückten Ideen und Aktionen im Labor.

Ferner Dank. . .

- An die technische Crew der Abteilung: Isabella Siegel, Achim Holzer, Eric Meisl, Uli Person und die Sekretärinnen Christine Sailer und Marion Furtwängler-Fritz für die stets bereitwillige Unterstützung und freundliche Beantwortung dummer Fragen. An Uli ein besonderes Dankeschön für die Installation und Wartung der Linux-Rechner und des Linux-Netzwerkes.
- Für physikalische und nichtphysikalische Diskussionen, gemeinsame Feiern und das entspannte Arbeitsklima dem Rest der ganzen Arbeitsgruppe: Marco Beckert, Marcus Braun, Bernd Fischer, Ulrich Galster, Thorsten Harter, Rüdiger Jaensch, Peter Jepsen, Wolfgang Kamke, Igor Kiyon, Ivan Mistrík, Ulrich Müller, Toni Öttl, Rainer Reichle, Frank Rutz, Michael Schall, Christoph Schellhammer, Markus Walther, Stefie Walz, Rolf Wiehle und Bernd Witzel.
- An Christoph Keitel dafür, dass er mein Interesse an der Quantenoptik geweckt hat, für die Betreuung während des Hauptpraktikums und Vermittlung des USA-Aufenthalts.
- Prof. M.O. Scully und seiner Arbeitsgruppe für den 7 wöchigen Aufenthalt in College Station/Texas.
- Den Studienkolleginnen und -kollegen, der (u-)Fachschaft, meinen Mitbewohnerinnen und Mitbewohnern und allen, die mich während meiner Studienzeit in Freiburg und Ulm begleitet haben, für den Gegenpol zum Studium.

Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern für die stetige Unterstützung und Finanzierung des Studiums ganz herzlich danken.





Hiermit erkläre ich, dass ich diese Diplomarbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Freiburg im Breisgau, 1. August 2000

Michael Erhard